

Eksperimentalno određivanje koeficijenta disperzije u rijeci Savi

Ivica RUŽIĆ,¹ Željko JERIČEVIĆ,¹ Dubravko DRAGOJEVIĆ,² Ante VRHOVAČ²

¹*Institut »Ruđer Bošković«, Centar za istraživanje mora Zagreb,
YU 41000 Zagreb, Bijenička c. 54*

²*Republički hidrometeorološki zavod SR Hrvatske, Centar za hidrogeološka
istraživanja, YU 41000 Zagreb, Grič 3*

Eksperimentalno su određeni koeficijenti disperzije u rijeci Savi na području između Krškog i Zagreba. Eksperimenti su vršeni ubacivanjem fluoresceina kao indikatora na dva mjesta i to 3,7 km nizvodno od Krškog i kod Podsuseda u uvjetima srednjih niskih voda uz protoke od 139 i 138 m³/s. Određen je koeficijent disperzije u smjeru toka od 0,9 i 0,6 km²/h i poprečno na tok 1,5 x 10⁻⁴ km²/h. Rezultati su uspoređeni s mjerenjima na drugim vodotokovima manjih protoka i sa konzervativnim procjenama (Sayre & Yeh, 1973). Uočeno je dobro slaganje poprečne disperzije u rijeci Savi sa konzervativnom procjenom, te više od dva reda veličine veće vrijednosti koeficijenta disperzije u smjeru toka. Nije zapažena značajna ovisnost koeficijenta disperzije o udaljenosti od ispusta indikatora. Vrijednosti koeficijenta disperzije u smjeru toka za rijeku Savu u skladu su s vrijednostima koje su dobivene na osnovi mjerenja na drugim vodotocima, uzevši u obzir razlike u protocima.

UVOD

Ovaj rad prikazuje mjerenja širenja indikatora (fluoresceina) u koritu rijeke Save koji je ubačen u Savu od strane Republičkog hidrometeorološkog zavoda SR Hrvatske iz Zagreba 13. IV 1981., kod Podsuseda i 10. VI 1981., 3,7 km nizvodno od Krškog (RHMZ SR Hrvatske 1981. i 1982.). Izvršena su uzorkovanja u više pozicija na nekoliko profila nizvodno od ispusta, a koncentracija indikatora određena je na fluorescentnom spektrofotometru.

Matematička obrada ovih mjerenja izvršena je u Centru za istraživanje mora Zagreb Instituta »Ruđer Bošković« u Zagrebu.

Zahvaljujemo se organizacijama: NE Krško v ustanovljavanju koja je omogućila ova istraživanja, kao i Inženjersko projektnom zavodu Zagreb, Općem vodoprivrednom poduzeću Zagreb i Republičkom hidrometeorološkom zavodu SR Slovenije iz Ljubljane, koje su nam pružile jedan dio potrebnih podataka.

Poznato je da površinske vode, a posebno rijeke predstavljaju jedan od medija kojim se vrlo brzo i na velike udaljenosti može širiti zagađivalo iz potencijalnih izvora zagađenja, bilo ono prirodnog porijekla ili kao posljedica antropološkog utjecaja. Mehanizam takvog širenja poten-

cijalnog zagađivala uključuje advekciju u polju brzina mase vode, hidrodinamičku disperziju u takvom polju brzina, te čitav niz fizičkih i kemijskih interakcija zagađivala sa komponentama medija kroz koji voda protječe (suspendirana tvar, sediment i ostale komponente korita).

Mjera za širenje otopljenih tvari u prirodnim vodama putem disperzije je tzv. koeficijent disperzije K koji se sastoji od mehaničke komponente K_1 i komponente koja ovisi o molekularnim svojstvima otopljene tvari K_0 , tako da vrijedi da je $K = K_0 + K_1$. Činjenica je međutim da je mehanička komponenta koeficijenta disperzije u površinskim vodama često veća i do desetak redova veličina od komponente koja ovisi o molekularnim svojstvima pa možemo reći da je $K \sim K_1$. To znači da na disperziju otopljenih tvari u površinskim vodama praktično utječe isključivo mehanička komponenta koeficijenta disperzije koja ovisi o režimu tečenja. Prema tome vrijednosti koeficijenta disperzije koji je određen na osnovu eksperimenata pomoću određenih indikatora (u našem slučaju fluoresceina) mogu se koristiti za predviđanje disperzije različitih potencijalnih zagađivala.

Slična mjerenja i određivanja koeficijenta disperzije u površinskim vodama gotovo da i nisu vršena do sada u našoj zemlji pa vjerujemo da će rezultati opisani u ovom radu biti od koristi za buduća istraživanja zagađenja površinskih voda i posljedica na kvalitetu pridruženih podzemnih voda u aluvijalnom području sliva rijeke Save u okolici grada Zagreba.

PODACI O UBACIVANJU INDIKATORA U SAVU I MJERENJA KONCENTRACIJE INDIKATORA

Na obje lokacije izvršeno je momentalno ispuštanje 20 kg indikatora otopljenog u 120 l vode. Lokacije na kojima su uzimani uzorci vode rijeke Save izabrane su na osnovi proračuna koji je izvršen pomoću slijedeće jednadžbe (Ružić & Jeričević, 1982):

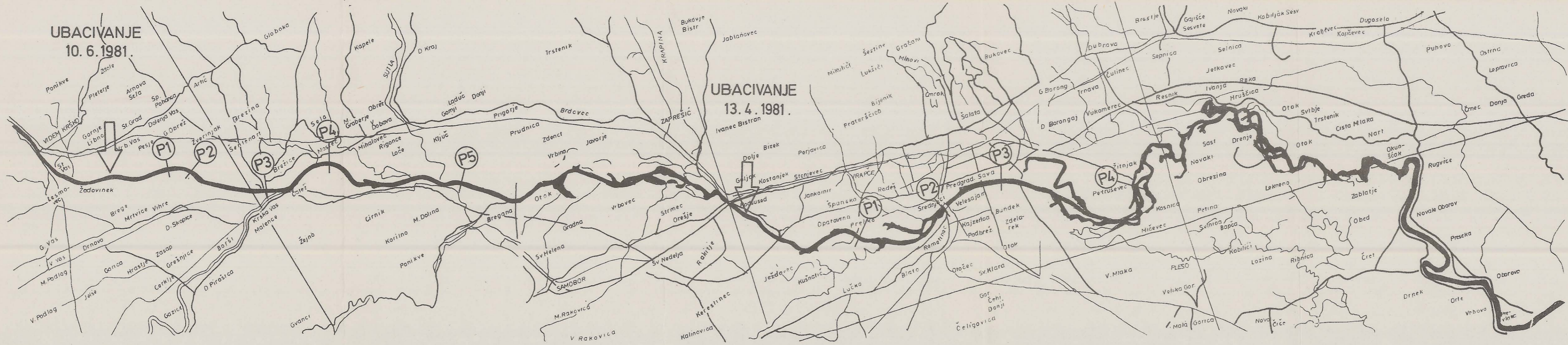
$$y = t^2 v^3 / 104 K - 6,9 K/v \quad (1)$$

gdje je y udaljenost od ispusta, t vrijeme prolaza mrlje indikatora na toj lokaciji od ispusta, v je brzina tečenja vode rijeke Save, a K je koeficijent disperzije. U Tablici 1. prikazane su udaljenosti od ispusta za koeficijente disperzije od 0,001 do 1 km²/h, na kojima treba uzimati uzorke da bi mrlja indikatora prolazila na toj lokaciji određeno vrijeme uz pretpostavku da je brzina tečenja vode rijeke Save 5 km/h (uvjet srednjih niskih voda).

Osnovni podaci o izvršenom ubacivanju indikatora i izvršenim mjerenjima dane su u Tablicama 2. i 3.

U prilogu 1. prikazana je karta s lokacijama ispusta i pojedinih točaka gdje su uzimani uzorci.

Nakon ubacivanja indikatora u rijeku Savu 13. IV 1981. kod Podsuseda (hidrometrijski profil), uzimani su uzorci za mjerenje koncentracije indikatora na dvije dubine na prva tri profila (P1, P2, P3) i to na tri vertikalne, a na četvrtom profilu (P4) samo na jednoj dubini. Zbog toga su podaci o širenju indikatora nizvodno od Podsuseda poslužili za procjenu vertikalnog miješanja. Nakon ubacivanja indikatora 10. VI 1981., 3,7 km niz-



PRILOG 1.: Shematska karta djela sliva rijeke Save (razmjer 1:100 000) sa oznakom mjesta i datuma ubacivanja indikatora (označeno sa strelicom) kao i odgovarajućih profila na kojima se uzimaju uzorci (kružnice sa upisom oznake profila).

APPENDIX 1: Schematic map representing a part of the Sava river basin (scale 1:100 000) with locations and date of the indicator injection (marked by arrows) and the corresponding profiles where the sampling has been performed (marked by open circles).

Tablica 1.

y u km za v = 5 km/h

K u km^2/h	1,0	0,1	0,01	0,001
t u min				
300	28,67	—	—	—
240	17,85	—	—	—
180	9,44	—	—	—
120	3,42	—	—	—
90	1,32	26,80	—	—
60	—	11,88	—	—
30	—	2,86	30,03	—
20	—	1,20	13,35	—
15	—	0,61	7,50	—
10	—	—	3,32	33,39
5	—	—	0,52	8,35
4	—	—	—	5,34
3	—	—	—	3,00
2	—	—	—	1,34
1	—	—	—	0,33

Tablica 2.

Ubacivanje boje u 10 h 10'	Na profilu Podsused uz protok 139 m/s	Oko 20 m od desne obale	Koncentracija ubačene boje 167 g/l
Prvo osmatračko mjesto Jankomirski most	Udaljenost od ispusta 2,2 km		
Prvi profil P-1 Prečko	6,5 km	Uzorkovanje na tri vertikale 8 m, 50 m i 80 m od lijeve obale i na dvije dubine	Maksimalna koncentracija 8×10^{-3} mg/l
Drugi profil P-2 Savski most	10,7 km	Tri vertikale 13 m, 47 m i 81 m od lijeve obale na dvije dubine	6×10^{-3} mg/l
Treći profil P-3 Sava-Bundek	13,7 km	Tri vertikale 8 m, 44 m i 80 m od lijeve obale na dvije dubine	Ispod 5×10^{-3} mg/l
Četvrti profil P-4 Sava-Petruševac	22,1 km	Tri vertikale na jednoj dubini	Ispod 10^{-3} mg/l

Podaci o izvršenim mjerenjima u rijeci Savi na području od Podsuseda i Zagreba.

Tablica 3.

Ubacivanje boje u 11 h	Na profilu 3,7 km od Krškog uz potok od 138 m ³ /s	Na izlaznom kanalu iz lijeve obale Save	Koncentracija ubačene boje 167 g/l
Prvo osmatračko mjesto	Udaljenost od ispusta 1 km		
Drugo osmatračko mjesto	2,23 km		
Prvi profil P-1 uzvodno od slapa	2,9 km	Na svakih 10 m po širini na dubini 20 cm	Maks. konc. manja od 10 ⁻¹ mg/l
Drugi profil P-2 nizvodno od slapa	3,75 km	"	Više od 10 ⁻² mg/l
Treći profil P-3 Brežice	7,6 km	"	Ispod 10 ⁻³ mg/l
Četvrti profil P-4 Čateške toplice	10,55 km	Tri vertikale po 20 m od obe obale i u sredini korita	Više od 5x10 ⁻³ mg/l
Peti profil P-5 Jesenice	17,2 km	"	"

Podaci o izvršenim mjerenjima u rijeci Savi na području od Krškog do Jesenica.

vodno od Krškog uzimani su uzorci na jednoj dubini, ali na većem broju točaka (svakih 10 m na profilu). Zbog toga su podaci o širenju indikatora na profilima nizvodno od Krškog poslužili za procjenu poprečne disperzije.

Na oko 5 km nizvodno od Krškog nalazi se prirodni slap koji značajno utječe na vertikalno i poprečno miješanje. Zbog toga su mjerenja koncentracije indikatora na profilima uzvodno (P1) i nizvodno (P2) od tog slapa poslužili za procjenu povećanja poprečne disperzije na samom slapu.

Ubacivanje indikatora vršeno je oko 30", tj. uz brzinu od oko 4 km/h primarno razrijeđenje, ako se zanemari disperzija, bilo bi oko 0,16‰. Prema tome koncentracija primarnog razrijeđenja bila bi na osnovi ovakve procjene oko 270 mg/l. Pri tome je prosječna dubina vode bila oko 1,5 m i može se pretpostaviti da je širina mrlje pri izlivanju negdje između 1 i 2 m. Primarno razrijeđenje je u svakom slučaju veće zbog disperzije početne mrlje tokom ispuštanja. Ovo dodatno razrijeđenje može maksimalno iznositi oko 1 : 25 pod pretpostavkom izuzetno visokih koeficijentata disperzije u smjeru toka. Međutim, kao što je to utvrđeno terenskim eksperimentima na različitim vodotokovima (Day, 1975) koeficijenti disperzije u smjeru toka značajno su manji na malim udaljenostima od ispusta. Zbog toga će se primarno razrijeđenje znatno manje uvećati zbog disperzije. Prema tome, za očekivati je da primarno razrijeđenje procjenjeno unutar jednog reda veličine (tj. odgovarajuća

koncentracija indikatora nakon ispuštanja u vodi rijeke Save) treba biti između 10 i 100 mg/l. Mjerene koncentracije mogu biti i niže zbog dezintegracije indikatora pod utjecajem dnevnog svjetla te promjena u uzorcima prije stvarnog mjerenja, kao i zbog zadržavanja određenih količina obojene vode u pridnom sloju ili uz rubove korita ili zbog sorpcije. Ove pojave uzrokuju nastajanje tzv. repa mrlje indikatora iza disperzionog maksimuma. Smanjenje koncentracije zbog ovih uzroka trebalo bi vjerojatno biti manje od jednog reda veličine. Prema tome, mjerene koncentracije indikatora trebale bi odgovarati početnoj koncentraciji reda veličine između 1 i 10 mg/l.

MATEMATIČKA OBRADA EKSPERIMENTALNIH PODATAKA

Teorijska predviđanja širenja otopljene tvari u površinskim vodama mogu se dobiti upotrebom slijedeće jednadžbe:

$$\partial C/\partial t = \partial(K_x \partial C/\partial x)/\partial x + \partial(K_y \partial C/\partial y)/\partial y - v \cdot \partial C/\partial x \quad (2)$$

gdje je C koncentracija otopljene tvari, x i y su prostorne koordinate u smjeru toka i okomite na tok, a K_x i K_y su odgovarajući koeficijenti disperzije. Za slučaj momentalnog ispuštanja indikatora u površinske vode jednadžba (2) ima rješenje koje možemo opisati slijedećim izrazom (Ružić i Jeričević, 1982):

$$C = (M/2A\sqrt{\pi K_x t}) \cdot F(K_y, y, t) \cdot e^{-(x-vt)^2/4 K_x t} \quad (3)$$

gdje je M količina ubačenog indikatora a A je površina poprečnog presjeka površinskog toka. Funkcija F opisuje širenje okomito na smjer toka i ovisi o geometriji poprečnog presjeka. Na dovoljno velikoj udaljenosti od mjesta ubacivanja indikatora gdje je postignuto potpuno poprečno mješanje otopljenog indikatora ova funkcija postaje konstantna i jednadžba (3) se može pisati u jednostavnijem obliku (Gardner 1965, Day 1975):

$$C = (a/\sqrt{t}) \cdot e^{-(x-vt)^2/4 K_x t} \quad (4)$$

gdje je » a « odgovarajuća konstanta. Pomoću ovog izraza određen je koeficijent disperzije u smjeru toka K_x .

Obrada eksperimentalnih podataka vršena je prikazivanjem podataka o koncentraciji indikatora s određene lokacije u ovisnosti o vremenu, a zatim transformiranjem takovih podataka u obliku određenih funkcija koncentracije i vremena (Chatwin, 1971; Ružić & Jeričević, 1982; Ružić, 1984) kako bi se pomoću njih pojednostavila matematička obrada podataka. U ovom radu korištena je slijedeća funkcija (Ružić, 1984):

$$\Theta(t) = t \ln(a/C\sqrt{t}) \quad (5)$$

Disperzioni maksimum za ovakovu funkciju u ovisnosti o vremenu poprima oblik parabole:

$$\Theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (6)$$

gdje je uz pretpostavku potpunog poprečnog miješanja:

$$a_0 = x^2/4K_x \quad (7)$$

i

$$a_2 = (v^2/4K_x) + \lambda \quad (8)$$

dok a_1 ovisi o ispuštenoj količini indikatora, koeficijentu disperzije K_x , udaljenosti od ispusta x , brzini toka v .

Pri tome je λ koeficijent brzine dezintegracije indikatora, dok je koeficijent » a « iz jednadžbe (5) određen tako da minimum funkcije $\theta(t)$ ima vrijednost nula odnosno $a = C_{\min} \sqrt{t_{\min}}$.

Iz uvjeta za minimum funkcije $\theta(t)$ slijedi da je:

$$a_2 = \theta(t)/(t - t_{\min})^2 \quad (9)$$

i

$$a_0 = a_2 t_{\min}^2 \quad (10)$$

Prema tome, koeficijent disperzije K_x može se izračunati tako da se iz jednadžbi (9) i (10) prvo odredi slobodni koeficijent parabole a_0 , te zatim iz njega preko jednadžbe (7) dobijamo $K_x = x^2/4a_0$. Iz vrijednosti kvadratnog koeficijenta parabole a_2 može se pod pretpostavkom spore dezintegracije u usporedbi s brzinom toka procjeniti i brzina putovanja indikatora:

$$v = \sqrt{x^2/t_{\min}^2 - 4K_x \lambda} \sim x/t_{\min} \quad (11)$$

U slučaju kada dezintegracija indikatora nije dovoljno spora u usporedbi s brzinom toka tada x/t_{\min} mjeri brzine koje su veće od stvarnih brzina toka. Na primjer, ako je poluvrijeme dezintegracije indikatora 24 h ($\lambda = 2,87 \times 10^{-2} \text{ h}^{-1}$) i $K_x = 1 \text{ km}^2/\text{h}$, pogreška u određivanju brzine bit će zanemariva (0,36%). Greške će očigledno biti veće za slučajeve kada se mjerenja vrše tek nakon određenog vremena poslije uzimanja uzoraka. Primjenom ove metodologije određeni su koeficijenti disperzije K_x i brzine pojave indikatora v iz eksperimenta ubacivanjem indikatora u rijeku Savu kod Podsuseda (vidi Tablicu IV), te kod Krškog (vidi Tablicu V). Iz dobivenih rezultata možemo zaključiti da je koeficijent disperzije u rijeci Savi nizvodno od Podsuseda oko $0,6 \text{ km}^2/\text{h}$, a nizvodno od Krškog $0,9 \text{ km}^2/\text{h}$. U Tablicama IV. i V. uspoređene su dobivene vrijednosti za brzinu kretanja indikatora sa srednjim brzinama tečenja koje su dobivene iz podataka o vodostaju i karakteristikama odgovarajućih poprečnih presjeka na profilima gdje su uzimani uzorci. Činjenica je da brzina kretanja indikatora dobro mjeri srednju brzinu tečenja nizvodno od Krškog. Prema tome, vjerojatno je moguće zanemariti utjecaj dezintegracije indikatora na procjenu brzine tečenja. Pod pretpostavkom da isto vrijedi i za eksperimente koji su vršeni nizvodno od Podsuseda možemo zaključiti da je stupanj turbulentnosti tečenja na tom području manji nego na području nizvodno od Krškog jer su brzine kretanja indikatora veće od prosječne brzine tečenja vode rijeke Save. To znači da indikator ne mjeri srednju brzinu tečenja, već vjerojatno maksimalnu brzinu tečenja koja je zbog turbulentnosti manja od maksimalne brzine koja bi se očekivala za slučaj laminarnog tečenja. Ova pojava je u skladu sa činjenicom da

Tablica 4.

Rezultati obrade podataka za mjerenja izvršena nizvodno od Podsuseda.

Postaja	Koeficijent disperzije (km ² /h)	Brzina kretanja boje vode (sr.) (km/h)		Pretpostavljena max. brzina za lamin. tečenja (km/h)
P—1	0,58	5,2	3,91	5,87
P—2	0,3—0,6	5,3	4,02	6,03
P—3	0,56	4,8	3,64	5,46
P—4	0,6—1,1	—	—	—

Tablica 5.

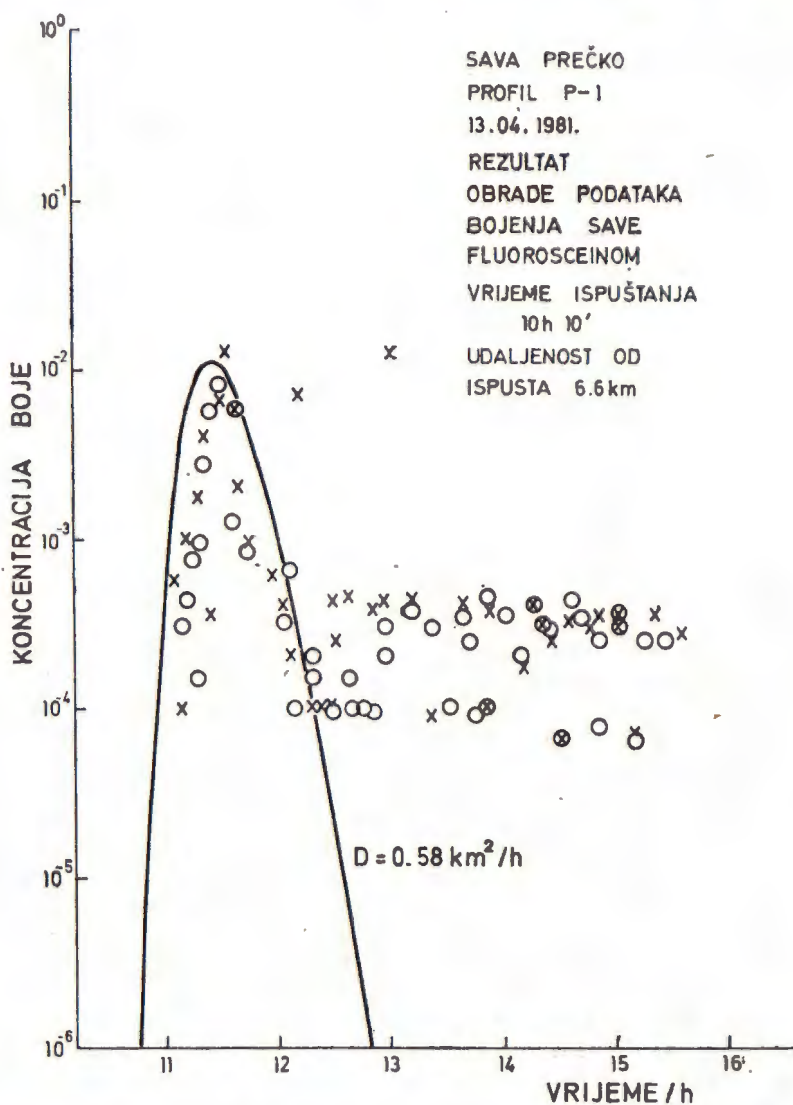
Rezultati obrade podataka za mjerenja izvršena nizvodno od Krškog

P—1	0,87	4,6	4,58	6,87
P—2	0,84	4,5	4,54	6,81
P—3	0,87	4,5	4,52	6,77
P—4	0,99	—	—	—
P—5	0,85	—	—	—

rijeka Sava na području od Krškog do Jesenica ima više karakter planinskog vodotoka za razliku od Save na području od Podsuseda do Zagreba, gdje to nije slučaj. Iz mjerenja 6,6 km nizvodno od Podsuseda nisu zamijećene značajne razlike po vertikali što znači da je vertikalno miješanje već postignuto. Zbog većeg stupnja turbulentnosti nizvodno od Krškog pretpostavljamo da isto vrijedi i na tom području.

U prilogu 2. prikazana je usporedba vertikalno dobivene raspodjele koncentracije u ovisnosti o vremenu s teoretskom krivuljom za disperzijski maksimum uz $K_x = 0,58 \text{ km}^2/\text{h}$ na profilu P1 (6,6 km nizvodno od ispusta kod Podsuseda). Kod ovog primjera može se uočiti da se tzv. rep mrlje indikatora javlja već u vremenima nakon 2,5 h poslije ispuštanja, tj. oko 1,5 h nakon prolaza mrlje na toj lokaciji.

Iz eksperimentalnih rezultata dobivenih uzorkovanjem na profilu P1 (6,6 km nizvodno od Krškog) procjenjen je poprečni koeficijent disperzije K_y . To je postignuto usporedbom eksperimentalnih podataka s teoretskim raspodjelama koncentracije po poprečnom profilu. Teoretski podaci dobiveni su digitalnom simulacijom uz primjenu dvodimenzionalnog modela i korištenjem metode konačnih razlika (Ružić & Jeričević, 1982). U prilogu 3. prikazan je rezultat te usporedbe. Možemo zaključiti da se dobiva zadovoljavajuće slaganje eksperimenta i teorije za $K_y = 1,5 \times 10^{-4} \text{ km}^2/\text{h}$ i to za vremena 20' i 50' nakon ispuštanja indikatora. Eksperimentalni podaci za 1 h 20' nakon ispuštanja indikatora odstupaju u izvjesnoj mjeri od teoretske raspodjele koncentracija jer tada već dolazi do pojave tzv. repa mrlje indikatora koji nije posljedica disperzije. Eksperimentalni rezultati dobiveni s uzorcima od profila P2 koji je smješten 7,45 km nizvodno od Krškog značajno odstupaju od predviđanja dobivenih digitalnom simulacijom uz $K_y = 1,5 \times 10^{-4} \text{ km}^2/\text{h}$. To se može objasniti dodatnim poprečnim miješanjem na pridnom slapu koji je smješten između profila P1 i P2. Usporedbom eks-



PRILOG 2.: Ilustracija usporedbe teoretskog predviđanja na osnovu jednadžbe (2) i eksperimentalnih podataka ovisnosti koncentracije indikatora u mg/l o vremenu (kružnice i križići označavaju podatke dobivene za uzorke uzete sa raznih strana po profilu lijevo i desno od matice) za profil SAVA PREČKO (P. 1.) koji se nalazi 6,6 km nizvodno od mjesta ubacivanja indikatora. Ubacivanje je izvršeno blizu Podsuseda 13. 04. 1981. u 10h10'.

APPENDIX 2: Comparison between theoretical predictions on the basis of eqn. (2) and the experimental data of indicator concentrations (mg/l) in dependence on time (open circles and cross marks denote data obtained for samples taken on the left and the right side of the midstream, respectively). The SAVA PREČKO profile (P. 1.) is located 6.6 km downstream from the injection point. Injection was performed near Podsused on April 13, 1981 at 10. 10. a. m.

perimenata na profilima P1 i P2 nizvodno od Krškog s teoretskim rezultatima dobivenim digitalnom simulacijom utvrđeno je da se ova pojava može objasniti povećanjem K_y od minimum sto puta na samom slapu. Prema tome na slapu vrijedi $K_y \geq 1,5 \times 10^{-2}$ km²/h. Na osnovi digitalne simulacije širenja indikatora nizvodno od Krškog slijedi da je početna koncentracija nakon primarnog miješanja uz ispušt indikatora koja odgovara mjerenim vrijednostima nizvodno od ispusta oko 2 mg/l. Ova je vrijednost u skladu s procjenom početne koncentracije između 1 i 10 mg/l. U prilogu 4. prikazan je primjer digitalne simulacije širenja indikatora na slapu.

DISKUSIJA

Od interesa je usporedba dobivenih rezultata u ovom radu s rezultatima koji su dobiveni na drugim vodotocima. U našoj zemlji nije do sada bilo značajnijih radova na mjerenju koeficijenta disperzije u tokovima prirodnih voda. Zbog toga ćemo izvršiti usporedbu s rezultatima koji su na ovom području dobiveni izvan naše zemlje. Gardner (1965) uspoređuje rezultate za K_x dobivene na nekoliko vodotoka raznih karakteristika. Iako je, kao što smo to utvrdili u našem drugom radu (Ružić, 1984), metodologija obrade eksperimentalnih rezultata pogrešna ovi rezultati predstavljaju pouzdanu procjenu reda veličine za K_x . Gardner (1965) navodi vrijednosti za K_x od 10^{-3} do 10^{-1} km²/h. Činjenica je da se u svim slučajevima koje autor spominje radi o vodotocima manjih protoka sa 2 do 5 puta sporijim tečenjem nego je to slučaj u rijeci Savi na području od Krškog do Zagreba kod uvjeta srednjih niskih voda. Zbog toga smatramo da vrijednosti dobivene u ovom radu za K_x od 0,6 do 0,9 km²/h iako su značajno visoke nisu u suprotnosti sa dosadašnjim saznanjima o širenju indikatora u tokovima površinskih voda. Konzervativna procjena koeficijenta disperzije za otvorene kanale može se dobiti primjenom slijedeće jednadžbe (Elder, 1959; Sayre & Yeh, 1973; Kuzmić, 1982):

$$K = \beta n \sqrt{g} \bar{v} d^{5/6} / 1,49 \quad (12)$$

za američki sistem jedinica, gdje je d dubina vodotoka, n je Manningov koeficijent hrapavosti dna, v je srednja brzina tečenja, g je konstanta gravitacije i β je bezdimenzionalni koeficijent koji bi za K_x trebao iznositi $\beta_x = 5,93$, a za K_y vrijedi $\beta_y = 0,23$. Primjenom jednadžbe (12) na rijeku Savu nizvodno od Krškog dobiva se konzervativna procjena $K_x \sim 10^{-4}$ km²/h. Možemo dakle zaključiti da su eksperimentalni rezultati opisani u ovom radu u dobrom skladu s konzervativnom procjenom za poprečni koeficijent disperzije K_y . Potpuno je drugačija situacija za slučaj koeficijenta disperzije u smjeru toka K_x koji je za rijeku Savu veći za više od dva reda veličine od konzervativne procjene. Slična odstupanja dobivena su i na drugim vodotocima (Gardner, 1965). Day (1975) je pokazao da koeficijent disperzije u smjeru tečenja ovisi o udaljenosti od ispusta. Taj autor dobiva vrijednosti za K_x od 10^{-3} do 10^{-2} km²/h za protoke od 1 do 15 m³/s i udaljenosti od ispusta do 2 km. Eksperimenti opisani u ovom radu izvršeni su na udaljenostima od 3 do 22 km od ispusta i dobivene vrijednosti za K_x bile su praktično konstante. Iz toga možemo zaključiti da model linearne ovisnosti koeficijenta dis-

PRILOG 3.: Usporedba teoretskog predviđanja na osnovu jednadžbe (2) i eksperimentalnih podataka ovisnosti koncentracije indikatora u mg/l o lokaciji uzimanja uzoraka po profilu za razna vremena nakon ispuštanja indikatora. Profil P. 1. koji se nalazi 2.9 km nizvodno od mjesta ubacivanja indikatora koje je izvršeno blizu Krškog 10. 06. 1981. u 11h.

U 11h20' eksperimenti su označeni sa trokutima a teoretsko predviđanje sa linijom točka-crta.

U 11h50' eksperimenti su označeni sa kružićima a teoretsko predviđanje sa punom linijom.

U 12h20' eksperimenti su označeni kvadratićima a teoretsko predviđanje sa crtka-nom linijom.

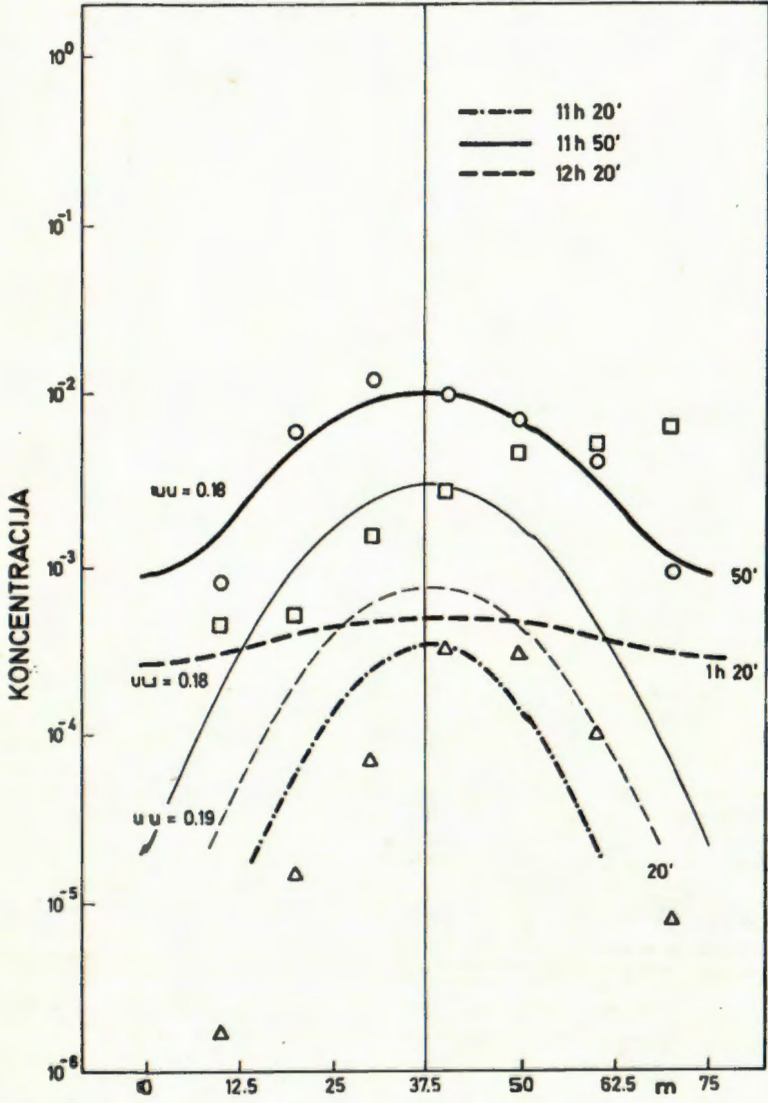
Parametar $uu = v \cdot \Delta t / \Delta x$ podešen je za najbolje slaganje eksperimenta sa teoretskim predviđanjem i iznosio je između 0,18 i 0,19. Pri tome su Δt i Δx inkrementi vremena i prostora u smjeru toka koji su korišteni kod rješavanja jednadžbe (2) primjenom metode konačnih razlika.

APPENDIX 3: Comparison between theoretical prediction on the basis of eqn. (2) and the experimental data on indicator concentration (mg/l) in dependence on the position on cross-section of the P. 1. profile for different times after the injection. The profile is located 2.9 km downstream from the injection point. Injection was performed near Krško on June 10, 1981 at 11.00 a. m.

Experiments with samples taken at 11.20 a. m. are denoted with triangles and the theoretical prediction with a dotted-dashed line.

Experiments with samples taken at 11.20 a. m. are denoted with circles and theoretical predictions with a full-line. Experiments with samples taken at 12.20 a. m. are denoted with squares and theoretical predictions with a dashed line.

To obtain the best fit of experiments with theoretical predictions $uu = v \cdot \Delta t / \Delta x$ was adjusted to the value between 0.18 and 0.19. Here Δt and Δx are increments of time and space respectively which have been used to solve eqn. (2) by finite difference method.



PRILOG 4.: Ilustracija rezultata dobivenih rješavanjem jednadžbe (2) primjenom metode konačnih razlika, kojima se opisuje utjecaj prirodnog slapa između profila P. 1. i P. 2. nizvodno od Krškog. Metodu teoretskih predviđanja razvili su I. Ružić i Ž. Jeričević, a kompjuterske programe priredio je Ž. Jeričević. Slap se javlja na 16-tom prostornom elementu u smjeru toka ($\Delta x = 180$ m). Širina prostornog elementa je $\Delta y = 2,3$ m. Situacija prikazana u ovom prilogu dobivena je za vrijeme od 7000 vremenskih inkremenata ($\Delta t = 6.10^{-5}$ h) nakon ispuštanja indikatora. Jednina koncentracije je $10^{-3}\%$ od početne koncentracije neposredno nakon ispuštanja na mjestu ispusta.

APPENDIX 4: Results obtained by solving eqn. (2) using finite difference method and describing the appearance of a natural cascade between P. 1. and P. 2. profiles downstream from Krško. The method used for theoretical predictions has been developed by I. Ružić and Ž. Jeričević and the corresponding computer programs were written by Ž. Jeričević. The cascade appears at the 16-th space element in the direction of the flow ($\Delta x = 180$ m). The width of the space element is $\Delta y = 2.3$ m. The situation shown here corresponds to a period of 7000 time increments ($\Delta t = 6.10^{-5}$ h) after the indicator injection. The unit of concentration is $10^{-3}\%$ of the initial concentration in the injection point.

TYPE LOOP EXECUTION NO. 7CCC MEMBERS OF MATRIX ARE MULTIPLIED BY 100000 CONTROL = .10CC116*001
 DISPERSION RADII IN X AXIS DIRECTION IS 27 DISPERSION RADII IN Y AXIS DIRECTION IS 18
 REAL COORDINATES FOR THE MIDDLE OF THE SPOT X= 10 Y= 0 MATRIX COORDINATES I=103 J= 53
 Y AXIS DISTANCE IN SPACE EGGS FROM THE ORIGIN = C
 FLOW IN POSITIVE DIRECTION OF X AXIS THETA IS .6000

	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

-18-17-16-15-14-13-12-11-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

perzije u smjeru toka o udaljenosti od ispusta indikatora vrijedi samo za manje udaljenosti i da vjerojatno na većim udaljenostima K_x asimptotski teži nekoj konstantnoj vrijednosti. U tu svrhu bilo bi korisno izvršiti u budućnosti dodatna mjerenja u uvjetima srednjih i srednje visokih voda na istom području u koritu rijeke Save.

Primljeno: 5. 9. 1983.

LITERATURA

- Chatwin P. C. (1971): On the interpretation of some longitudinal dispersion experiments, *J. Fluid Mech.*, vol. 51, dip 1, str. 63.
- Day T. J. (1975): Longitudinal dispersion in natural channels, *Water Resour. Res.*, vol. 11, str. 909.
- Elder J. W. (1959): The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, 5, No. 4, pp. 544—560.
- Gardner R. P. (1965): Maximum allowable radiotracer injections for flow-rate measurements in public streams, *Int. J. Appl. Rad. Isotopes*, vol. 16, str. 75.
- Kuzmić M. (1982): Istraživanje utjecaja NE Krško na radioaktivno zagađenje podzemnih voda i voda rijeke Save, završni izvještaj, prilog A, Centar za istraživanje mora Zagreb, Institut »Ruđer Bošković«, Zagreb.
- Ružić I. & Jeričević Ž. (1982): Istraživanje utjecaja NE Krško na radioaktivno zagađenje podzemnih voda i voda rijeke Save, završni izvještaj, prilog B, Centar za istraživanje mora Zagreb, Institut »Ruđer Bošković«, Zagreb.
- Ružić, I. (1984): Determination of flow-velocity and longitudinal dispersion in natural waters, Theoretical aspects, u pripremi.
- Sayre W. W. & Yeh T. P. (1973): Transverse mixing characteristics of the Missouri River downstream from the Cooper Nuclear Station, IIHR Report 145, Iowa Inst. Hydraulic Res., USA.

Experimental Determination of dispersion coefficients in Sava River

Ružić I., Jeričević Ž., Dragojević D., Vrhovac A.

Longitudinal and transversal dispersion coefficients are determined from the experiments in Sava River between Krško and Zagreb. Experiments are performed injecting fluorescein as an indicator at two places, the first 3.7 km downstream from Krško and the second near Podsused at condition of mean low waters with flow-rates of 139 and 138 m³/s. Longitudinal dispersion coefficients are obtained of 0.9 and 0.6 km²/h as well as transversal dispersion coefficients of 1.5x10⁻⁴ km²/h. The results are compared with similar measurements in some other rivers with lower flow-rates as well as with conservative estimation (Sayre & Yeh, 1973). Good agreement is obtained with conservative estimation for transversal dispersion coefficient in Sava River. This is not the case with longitudinal dispersion coefficient for which more than two order of magnitude higher values are obtained in Sava River. Significant dependence of longitudinal dispersion coefficients on the distance from the injection point is not observed (more than three km downstream). The values of longitudinal dispersion coefficients in Sava River are in agreement with the values reported in literature for other rivers taking into account differences in flow-velocities.