

Geol. vjesnik	Vol. 39	str. 165—186	Zagreb 1986.
---------------	---------	--------------	--------------

UDK 556.332.4.042:556.072

Izvorni znanstveni rad

Matematički model desne obale Save i crpilišta Mala Mlaka u Zagrebu

Pavao MILETIĆ i Marija HEINRICH-MILETIĆ

*Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Sveučilišta u Zagrebu,
Pierottijeva 6, YU — 41000 Zagreb*

U ovom radu detaljno je opisana primjena matematičkog modela kod rješavanja hidrogeološke problematike vodonosnog sloja na desnoj obali Save kod Zagreba. Odgovarajuća primjena modela pružila je mogućnost novog gledanja na taj hidrogeološki sistem, te stvorila podlogu za programiranje istraživanja onih problema koji su bitni za određivanje količine obnavljanja podzemnih voda i načina njihovog korištenja.

In this paper the application of the mathematical model in solving the hydrogeological problems of water-bearing horizon on the right bank of the Sava river near Zagreb is presented. The appropriate application of the model has enabled us the possibility of the new approach to this hydrogeologic system, and has become the fundament for the investigation programming of the essential problems to be solved for determination of the ground water replenishment.

UVOD

Matematički model se u načelu nadograđuje na poznate geološke i hidrogeološke prilike.

O geološkoj građi i hidrogeološkim karakteristikama vodonosnih slojeva u području Zagreba objavljeno je mnoštvo radova. Stoga ne bi ponavljali poznato, već ćemo se isključivo pozvati na radove čiji sadržaj opisuje stanje na koje se odnosi naš prikaz. O vodonosnom sloju i njegovim hidrogeološkim značajkama, o ponašanju razine podzemne vode i njenom odnosu prema Savi, o zalihama vode u vodonosnom sloju njihovoj zaštiti pišu: N. Nowinska i P. Miletić (1967), P. Miletić i D. Borčić (1967), D. Borčić, A. Capar, I. Čakarun, K. Kostović, P. Miletić i D. Tufegdjić (1968), V. Kranjec, E. Prelogović i Z. Hernitz (1972), P. Miletić, S. Macarol, G. Turić i M. Heinrich (1975), P. Miletić, B. Švel, G. Turić, I. Blašković, D. Mayer, S. Macarol i M. Heinrich (1975), B. Švel (1978), T. Grgas i Ž. Minčir (1978), G. Turić (1978), P. Miletić i M. Heinrich-Miletić (1981), P. Miletić i M. Heinrich-Miletić (1982) i drugi.

O matematičkim modelima također postoji mnoštvo publikacija. Za zainteresirane ćemo i ovdje navesti nešto od dostupne i poznate literature u kojoj je teoretski ili informativno obrađena takva tematika.

Na takav način o modelima, između ostalih pišu: Y. Bachmat, J. Bredehoeft, B. Andrews, D. Holtz, S. Sebastian (1980), C. R. Faust, J. W. Mercer (1980), G. F. Pinder, W. G. Gray (1977), T. A. Prickett (1975), J. Reitman (1971), I. Remson, G. M. Hornberger, F. J. Holtz (1971), K. R. Rush-ton, S. C. Redshaw (1979), M. Heinrich-Miletić (1980), P. Miletić (1975).

Što se tiče problema koji proističu iz korištenja prostora najteži je što je na području Zagreba na vodonosnom sloju izgrađen grad. Razvoj i život grada praćen je nizom aktivnosti i sadržaja koji su značajni za život grada a koji su u koliziji s dobavom kvalitetne podzemne vode (J. Šare, i P. Miletić 1978).

Rješavanje problema dobave vode za Zagreb se odvija u relativno jednostavnim okolnostima jer je u pitanju vodonosni sloj s pridruženim hidrauličkim uvjetima koji su relativno lako određivi. Sava kao granica poznatog potencijala penetrira vodonosni sloj po čitavoj dubini na velikom dijelu prostora, a sam sloj je vrlo blago nagnut u smjeru protoka vode.

U nizvodnom dijelu, u širem području Črnkovca, sloj znatno zadebljava izazivajući pojave o kojima ćemo kasnije diskutirati.

ZADATAK I PRISTUP NJEGOVOM RJEŠAVANJU

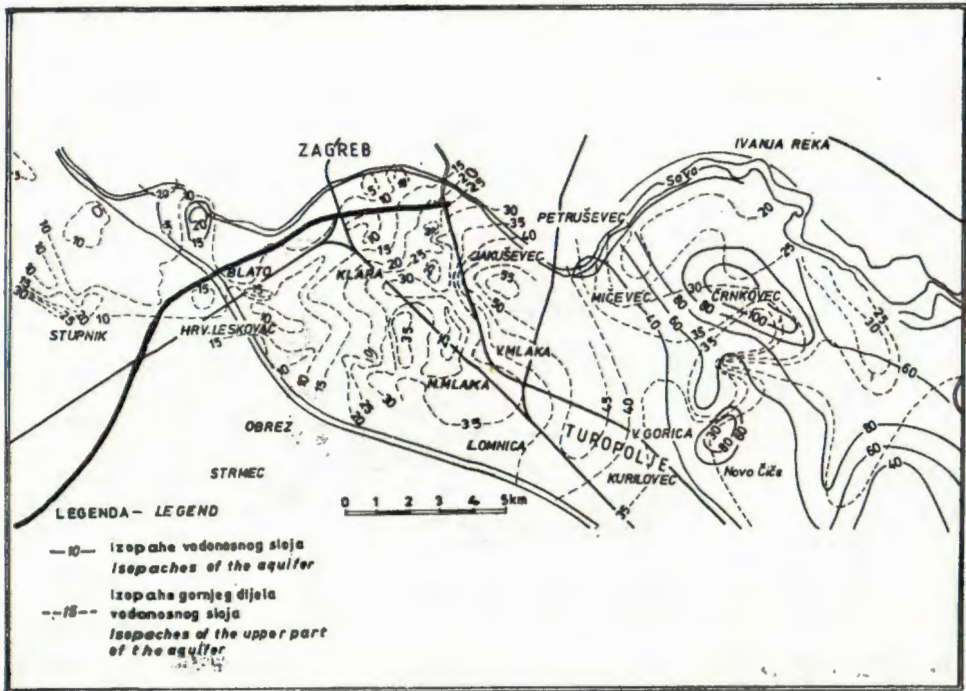
Osnovni cilj korištenja matematičkog modela u konkretnom slučaju bio je verifikacija djelujućih hidrogeoloških parametara, zatim bilanciranje rezervi podzemnih voda i prognoza međusobnih utjecaja postojećih i projektiranih velikih crpilišta.

U području crpilišta Male Mlake zadatak simulacije na modelu bio je prognozirati takav režim crpljenja koji će osigurati zaštitu kvalitete vode na način detaljnije opisan kasnije.

Navedene zadatke bilo je potrebno riješiti u aluvijalnom vodonosnom sloju desne obale Save kod Zagreba. Prostiranje i debljina vodonosnog sloja prikazani su na slici 1. Na slici su izopahe sloja prikazane s dvije različite vrste izolinija: crtkanom i punom linijom. Istočno od linije Lomnica — Jakuševac u vodonosnom sloju koji čine uglavnom dobro gradurani šljunci pojavljuje se na dubinama od 20 do 40 m slabije propustan uložak. Uložak je izgrađen od glina, prašinstih glina a mjestimice i pijeska. Prema usmenim informacijama novijim istraživanjima ovaj uložak je registriran i zapadnije čak do Male Mlake. Uložak ima veliki utjecaj na hidrauličko ponašanje sloja pa je stoga i prikazan na slici.

Zapadni dio sloja i gornji dio sloja na istoku čine jednu cjelinu pa su im izolinije debljina zajednički prikazane crtkanom linijom. Gornji i donji dio sloja na istočnom području prikazani su zajednički punom linijom. Zbog navedene nehomogenosti sloja, zatim zbog relativne veličine područja, a naročito zbog činjenice da na zapadnom dijelu postoji veliko crpilište Mala Mlaka područje je za matematičke simulacije podijeljeno u dva dijela. Prvi dio je obuhvatio slivno područje Male Mlake, a drugi dio čitavu desnu obalu (vidi slika 2).

Na taj je način, bilancirajući manji sliv unutar većeg sistema doprinje-to jasnijem razlikovanju različitih utjecaja na sistem a ujedno i postignu-



Sl. 1. Karta izopaha vodonosnog sloja na desnoj obali Save kod Zagreba. Izradila Mr G. Turić, Centar za vode, Zagreb.

Fig. 1. Izopach map of the water-bearing bed on the right Sava river bank near Zagreb. Performed by G. Turić MA, Centar za vode, Zagreb.

toj točnosti. Takav pristup osnovnom zadatku olakšao je ujedno analize događaja isključivo na crpilištu Mala Mlaka u sadašnjim uvjetima.

Geometrija sloja i njegov odnos prema hidrološkim pojavama odredio je izbor hidrauličkih granica modela. Sava određuje granicu poznatog potencijala, dok su ostale granice određene poznatim fluxom, koji se kreće u granicama od nule do u času konstruiranja i testiranja modela nepoznate veličine.

Hidrogeološki parametri određeni na temelju pokusnog crpljenja u času konstruiranja modela bili su vrlo rijetki. Na najvećem dijelu područja su bili pretpostavljeni na osnovu granulometrijskog sastava i analogije. Na temelju tako orijentacionog poznavanja hidrogeoloških parametara pretpostavljen je početni raspored koeficijenata hidrauličke provodljivosti kako je za sliv Male Mlake prikazan na slici 3.

Relativno pouzdani ulazni podaci odnosili su se na mjerenja razina podzemnih voda. Mjerenja su vršena i do dvadesetak godina na skoro stotinjak lokacija. Na temelju tih mjerenja izrađene su karte hidroizohipsa u vodonosnom sloju za visoki i niski vodostaj Save (vidi slika 4).

Od ostalih ulaznih podataka postojali su podaci bilanca podzemnih voda desne obale Save za područje od Pudsuseda do Siska koji je izvršen



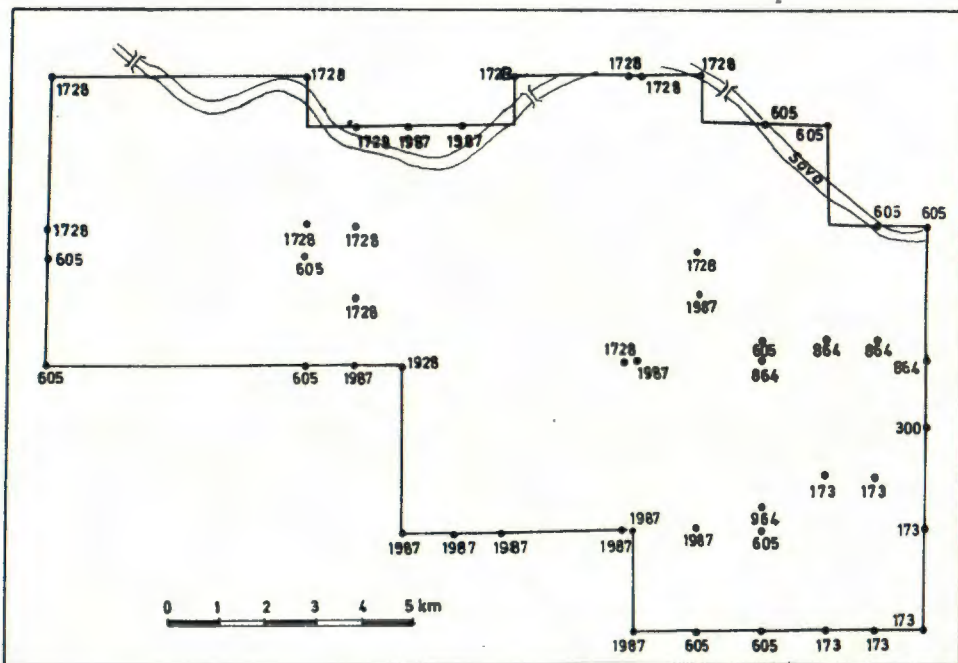
Sl. 2. Područja matematičkog modela sliva Male Mlake (lik određen crtkanom linijom) i Desne obale (lik određen punom linijom).

Fig. 2. Areas of the mathematical model of the drainage area of Mala Mlaka (figure drawn by interrupted line) and of the right bank (figure drawn by full line).

1975. godine (Miletić i dr. 1975), a koji je djelomično reinterpretiran 1978. godine (Švel, 1978). U navedenim radovima pretpostavljen je manji ulaz podzemne vode u području Podsuseda neposredno uz Savu i izlaz podzemne vode na bilancnim profilima koji se približno podudaraju s granicama modela Mala Mlaka i modela Desna obala. Ostale zapadne i južne granice hidrogeološkog sistema desne obale u citiranim radovima smatrane su nepropusnim.

Matematička, numerička, metoda koja je izabrana sa simulacije na modelu poznata je pod nazivom metoda konačnih diferencija (MKD). Često naglašavan nedostatak ove metode je nemogućnost detaljnog pokrivanja granica nehomogenosti u sistemu i granica samog sistema. Kada su međutim, u pitanju regionalni hidrogeološki sistemi, kao što je to ovdje slučaj, takav prigovor ima samo akademsko značenje. Granice sistema su ionako aproksimirane ili interpolirane pa ne postoji realna potreba njihovog detaljnog pokrivanja. Ostale značajke izabrane numeričke metode imaju prednost pred drugim metodama.

Nakon izbora matematičke metode područje je pokriveno ortogonalnom mrežom čvornih točaka, kako je to prikazano na slikama 5 i 6.



Sl. 3. Početni raspored koeficijenata hidrauličke provodljivosti u metrima na dan prema rezultatima pokusnog cipljenja i drugim pokazateljima. Slivno područje Mala Mlake.

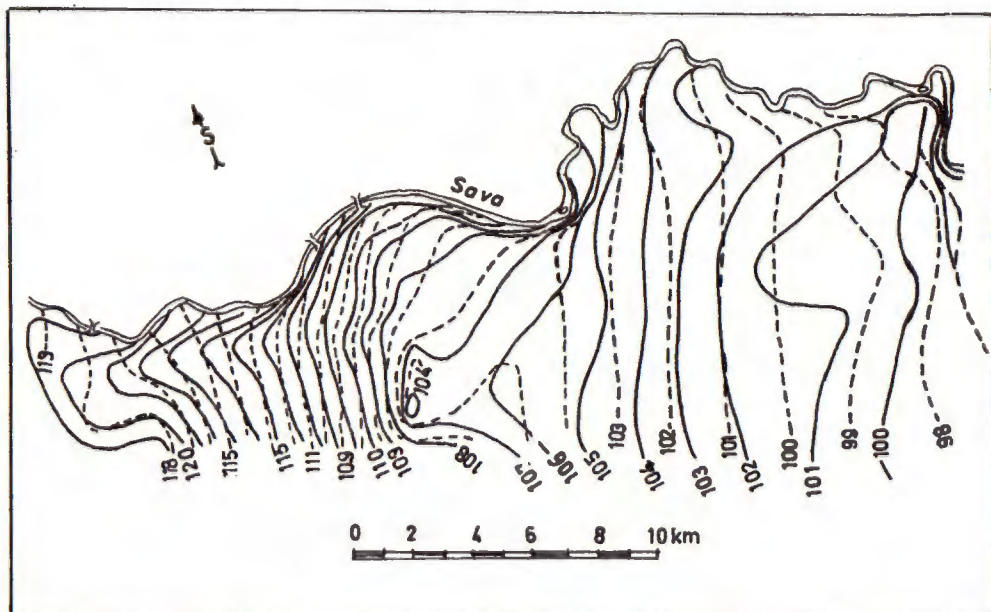
Fig. 3. Initial arrangement of the coefficients of hydraulic conductivity in metres per day according to the results of pumping and other indications. The drainage area of Mala Mlake.

VERIFIKACIJA MODELA I REZULTATI VERIFIKACIJE

Prvi korak realizacije zadatka bio je testiranje sliva Mala Mlake. Do toga časa poznat koeficijent hidrauličke provodnosti (kako je prikazan na slici 3) interpoliran je po ortogonalnoj mreži kako je prikazana na slici 5. Koeficijent uskladištenja (efektivna poroznost) pretpostavljen je s vrijednošću od 0,15. Sava je pretstavljala granicu poznatog potencijala, veći dio zapadne i južne granice pretpostavljene su nepropusnim, dok je na istočnoj granici pretpostavljen protok u veličini određenoj prije navedenom bilancom podzemnih voda (Miletić i dr. 1975). Početak testiranja bilo je stanje visokih voda.

Uz gornje uvjete testiranje modela nije uspjelo. Negativni je rezultat upućivao na veliku razliku između realnih značajki testiranog sistema i onih značajki koje smo do tada smatrali relevantnim. Uspjeh testiranja postignut je tek nakon mnoštva pokušaja tokom kojih su mjenjani hidrogeološki parametri i ulazni podaci na hidrauličkim granicama.

Promjene su se odnosile na veliko smanjenje vrijednosti koeficijenata hidrauličke provodljivosti u odnosu na početne vrijednosti, zatim na sma-



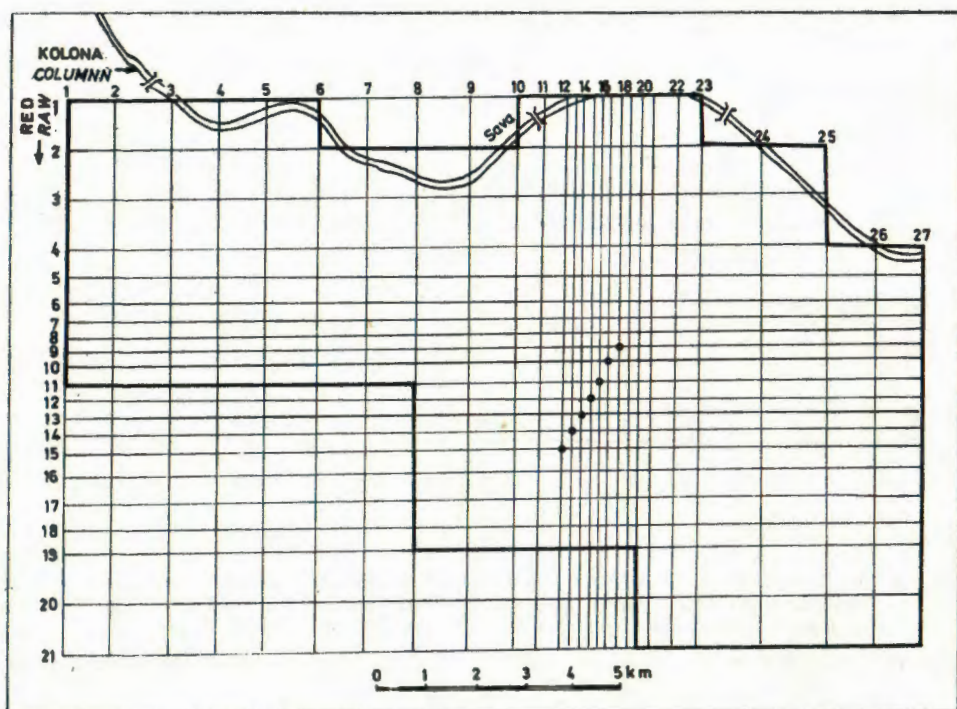
Sl. 4. Hidroizohipse za visoki vodostaj (puna linija, 11. travanj, 1977) i za niski vodostaj (crtkana linija, 3. studenog, 1977). Izradili Z. Minčir i T. Grgas, RHMZ, Zagreb.

Fig. 4. Hydroisohypses for high water level (full line, 11th April, 1977) and for low water level (interrupted line, 3rd November, 1977) performed by Z. Minčir and T. Grgas, RHMZ, Zagreb.

njenje efektivne poroznosti i uvođenja podzemnog dotoka preko zapadnih i južnih granica sistema.

Ovdje valja naglasiti da se promjenom samo jedne skupine od navedenih podataka nije mogao postići zadovoljavajući rezultat. Raspored hidrogeoloških parametara i ulaznih podataka koji su dali pozitivan rezultat prikazan je na slikama. Početni raspored koeficijenta hidrauličke provodljivosti (prije interpolacije) prikazan je na slikama 7 i 8. Ulazni podaci koji se odnose na protoke preko istočne, južne i zapadne granice za stanje visokih i niskih voda prikazani su na slikama 9 i 10.

Na istim slikama prikazan je izlaz vode iz sistema i to onaj koji je pridružen uz sedam bunara u Maloj Mlaci (14.774 m³/dan), te u izabranim karakterističnim točkama sistema. Za ove posljednje je značajno da prikazan izlaz predstavlja rezultat bilance koja obuhvaća utjecaj infiltracije, evapotranspiracije, lokalnih crpljenja vode, te količina koje se dreniraju ili infiltriraju kao posljedica lokalnih meliorativnih zahvata. Posebni problem predstavljala je granica sa Savom. Granični uvjeti ovdje su simulirani poznatim potencijalom. Međutim, utjecaj Save na podzemlje osjeća se sa zakašnjenjem. Visoka Sava ne podudara se vremenski s najvišim vodostajima u podzemlju ukoliko je vodni val na Savi kratkotrajan. Nadalje, vodostaj Save se tokom testiranja koje je izvedeno za pe-



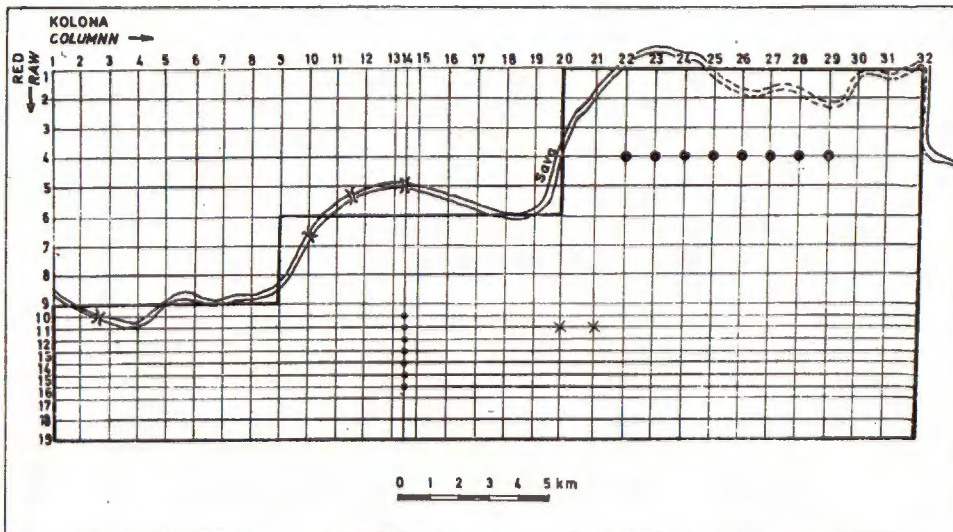
Sl. 5. Mreža točaka matematičkog modela Mala Mlaka. Točkama označeno sedam djelujućih bunara u Maloj Mlaci (1981. god.).

Fig. 5. Network points of the mathematical model Mala Mlaka. Seven acting wells at Mala Mlaka are indicated by dots (1981).

riod od sedam mjeseci nekoliko puta mijenja. U matematičkom modelu je stoga trebalo predvidjeti promjene poznatog potencijala u vremenu, što je načinjeno aproksimacijama visine vodostaja kako su za vodomjer Savski most prikazane na slici 11.

Pri tome su uzeti u obzir relativno veliki vremenski inkrementi. S tim se je postigla ušteda kompjutorskog vremena a da se obzirom na zadatak nisu umanjile vrijednosti rezultata. Vremenski inkrement između 150 i 210 dana uzrokovao je odstupanja mjerenih i simuliranih hidrograma koji se vide na slici 115. Obzirom na zakašnjeni utjecaj Save na vodostaje u podzemlju stanje visokih voda kako je prikazano hidroizohipsama na slici 4 zapravo je zatečeno stanje koje je posljedica događaja na Savi koji su se odvijali prije zabilježenog najvišeg vodostaja. Stoga je na matematičkom modelu simulacija utjecaja Save na podzemlje trebala započeti ranije. To je i načinjeno tako da je simulacija tokom testiranja i kasnije započinjala 30 dana prije registriranog visokog vodostaja u podzemlju kada je trebalo postići veću točnost.

Kod testiranja modela Desne obale došla je do izražaja još jedna specifičnost. Za to područje karakteristično je veliko zadebljanje vodono-

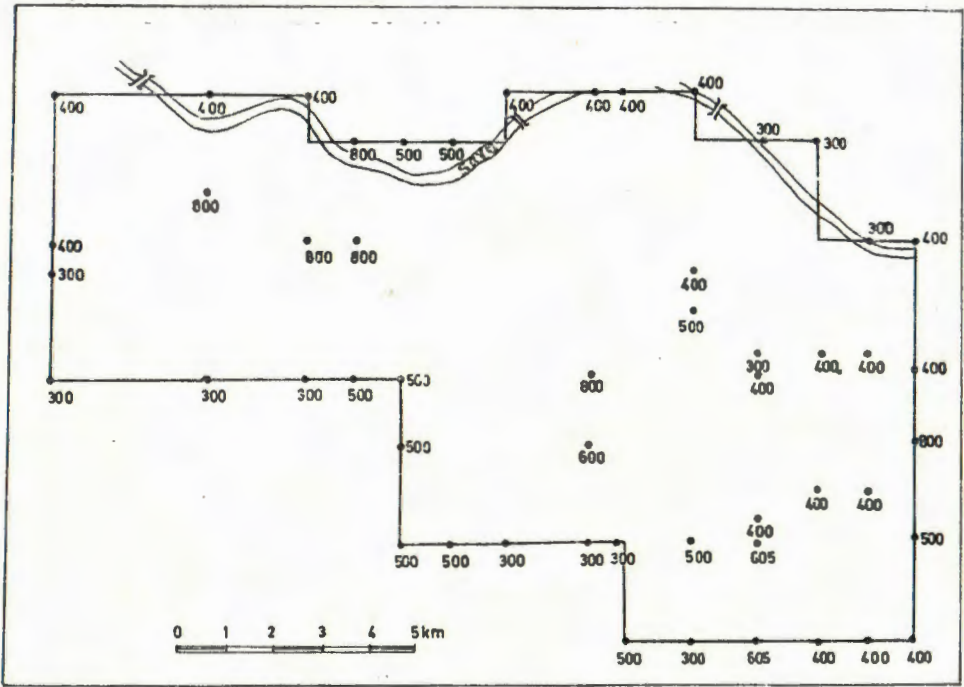


Sl. 6. Mreža tokača matematičkog modela Desna obala. Točkama označeno seдам djelujućih bunara u Maloj Mlaci, kružićima bunari pretpostavljenog crpilišta Crnkovec, a križićima pretpostavljeno crpilište Velika Gorica.

Fig. 6. Network of points of the mathematical model Desna obala (Right bank). Seven active wells at Mala Mlaka indicated by dots, wells of the supposed well field Crnkovec, by small circles and the supposed drainage area Velika Gorica by small crosses.

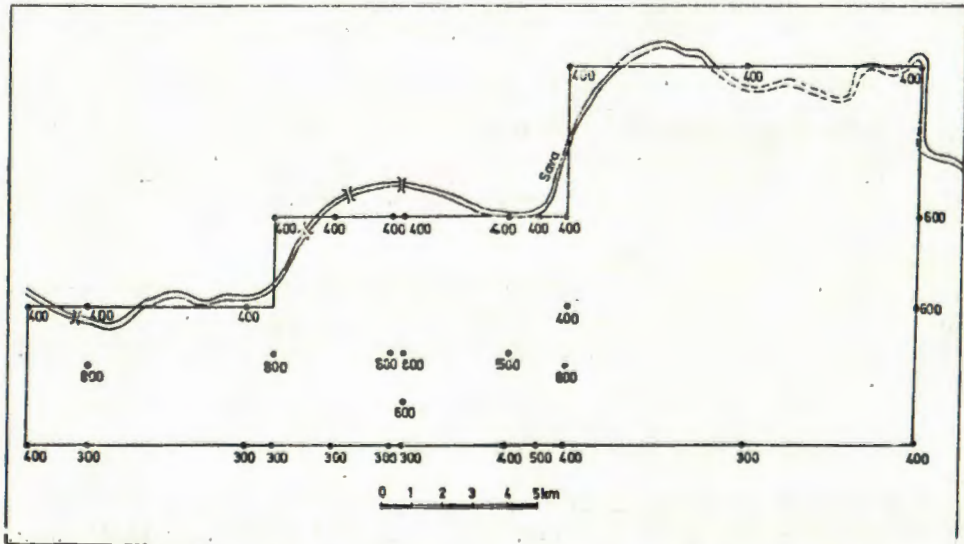
snog sloja istočno od Male Mlake. Kao što je već spomenuto unutar sloja na približnim dubinama od 25 do 40 m javlja se slabije propustan uložak. U takvim prirodnim uvjetima pretpostavljeno je da donji dio sloja u prirodnom stanju nije hidrodinamički aktivan, ili je njegova aktivnost svedena na zanemarljivu mjeru. Takva pretpostavka tokom testiranja pokazala se je točnom. Visoka točnost postignutog podudaranja registriranog stanja sistema u prirodnim uvjetima i onog dobivenog na matematičkim modelima prikazana je na slikama. Raspored simuliranih razina podzemnih voda za visoki i niski vodostaj prikazan je na slikama 12 i 13. Usporedni nivogrami mjerenih i simuliranih razina podzemne vode na pojedinim pijezometrima prikazani su na slikama 14 i 15.

Nivogrami na slici 15. traže i dodatna objašnjenja. Simulirani nivogrami prikazani su sa tri krivulje na slici označene 1, 2 i 3. Svaka od navedenih krivulja odnosi se na drugu efektivnu poroznost. Krivulja 1-ef. poroznost je 0,1, kod krivulje 2-ef. poroznost je 0,08, a kod krivulje 3-ef. poroznost je 0,05. Premda sve korištene efektivne poroznosti pokazuju zadovoljavajuću točnost primijećeno je da u blizini granice poznatog potencijala veću točnost daju manje efektivne poroznosti. Tumačimo to pretpostavkom da se za naročito visokih vodostaja razina podzemne vode nalazi u krovinskom sitnozrnijem materijalu. U užem području crpilišta ra-



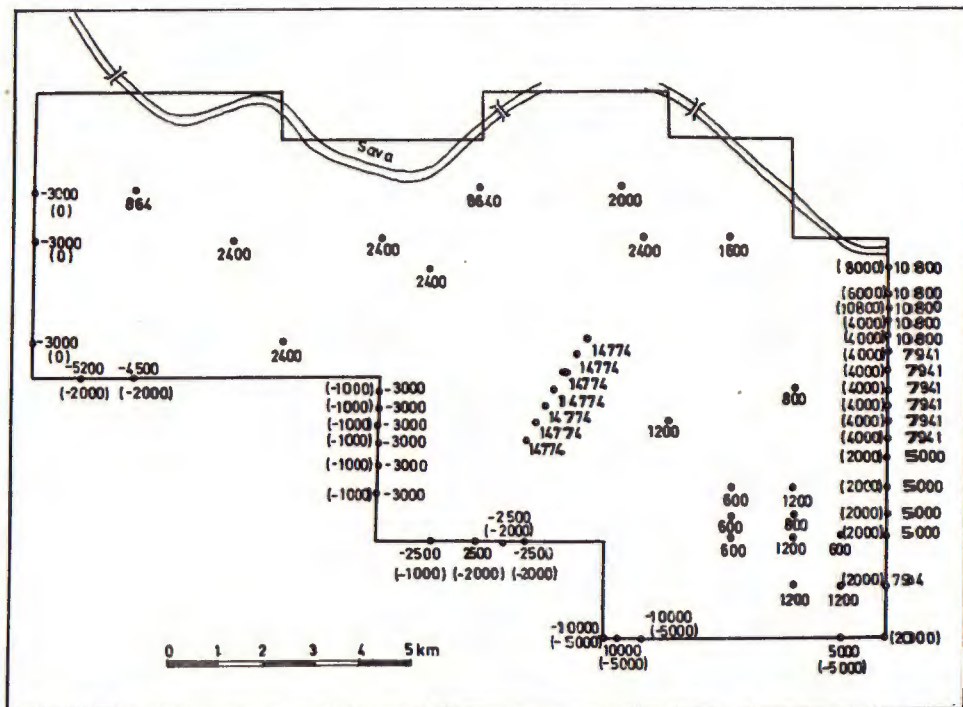
Sl. 7. Početni raspored koeficijena hidrauličke provodljivosti u metrima na dan nakon završene verifikacije modela Mala Mlaka.

Fig. 7. Initial arrangement of the coefficients of hydraulic conductivity in metres per day after the completed verification of the model Mala Mlaka.



Sl. 8. Početni raspored koeficijena hidrauličke provodljivosti u metrima na dan nakon završene verifikacije modela Desna obala.

Fig. 8. Initial arrangement of the coefficients of hydraulic conductivity in metres per day after the completed model The Right bank.



Sl. 9. Raspored ulaza i izlaza podzemne vode za visoki i niski vodostaj kakav je utvrđen verifikacijom matematičkog modela Mala Mlaka. Iznosi su dani u kubnim metrima na dan. Brojke u zagradi odnose se na količine tokom niskog vodostaja. Znak minus označuje dotok podzemne vode. Pozitivni iznosi odnose se na podzemno otjecanje (granice), crpljenje i ostale gubitke iz sistema.

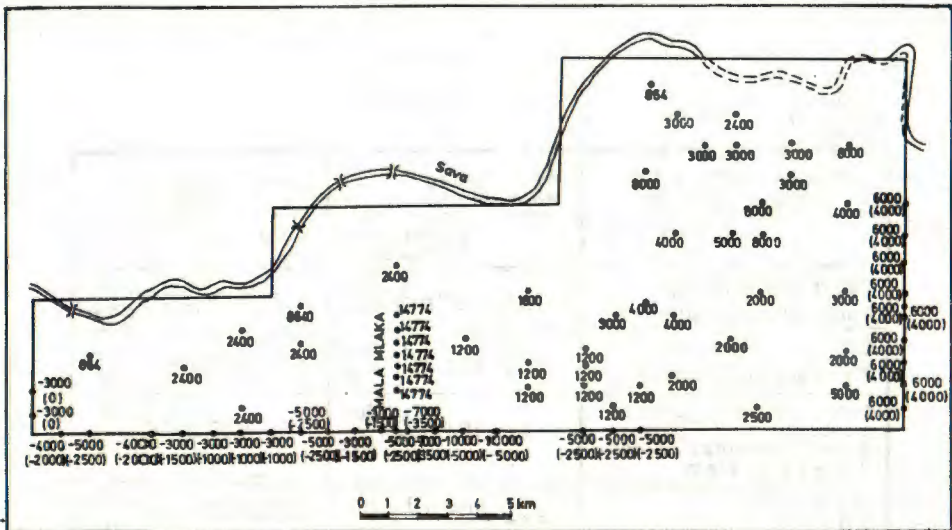
Fig. 9. The arrangement of the in flow and out flow of groundwater for high and low water level as determined by verification of the mathematical model Mala Mlaka. Amounts are given in m^3/day . Numbers in brackets refer to quantities during low water level. The denotation (-) means the ground water inflow. Positive amounts refer to groundwater outflow, drainage and to other losses from the system.

zina podzemne vode je pod manjim utjecajem krovine. Kao srednja djelujuća efektivna poroznost tokom daljeg služenja modelom usvojena je vrijednost od 0,1, a za pojedine specifične obrade uzeta je u obzir i vrijednost od 0,08.

REZULTATI SIMULACIJA POSTAVLJENIH ZADATAKA

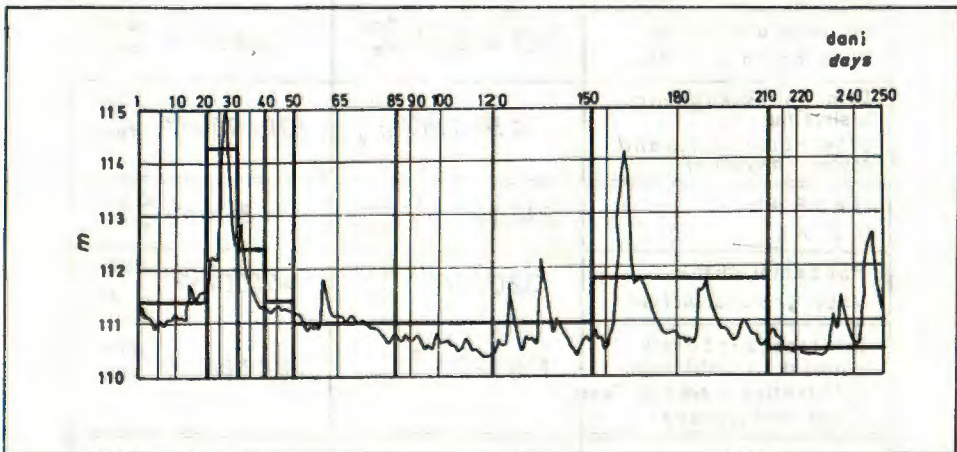
Nakon što je po našem uvjerenju model uspješno testiran pristupilo se simulaciji postavljenih zadataka. Prvi od njih: bilanciranje podzemnih voda, izvršen je praktički tokom testiranja i vidljiv na slikama 9 i 10.

Na tablici 1. su brojčano sabrani ulazi i izlazi voda u slivu Male Mlake i posebno desne obale za stanje visokih i niskih voda kako je ustanovlje-



Sl. 10. Raspored ulaza i izlaza podzemne vode za visoki i niski vodostaj kakav je utvrđen verifikacijom matematičkog modela Desna obala. Iznosi su dani u kubnim metrima na dan. Brojke u zagradi odnose se na količine tokom niskog vodostaja. Znak minus označuje dotok podzemne vode. Pozitivni iznosi odnose se na podzemno otjecanje (granice), crpljenje i ostale gubitke iz sistema.

Fig. 10. The arrangement of the inlet and outlet of ground water for high and low water level as determined by verification of the mathematical model of the Right bank. Ammounts are given in m^3/day . Numbers in brackets refer to quantities during low water level. The denotation (-) means the ground water inflow. Positive amounts refer to groundwater outflow, drainage and to other losses from the system.

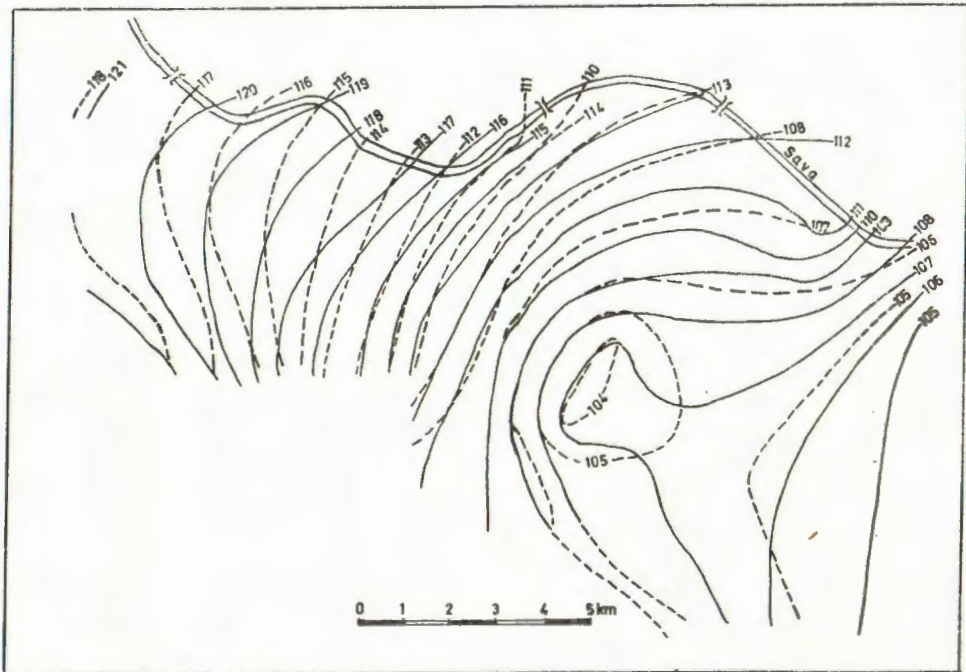


Sl. 11. Hidrogram Save izmjerjen 1977. godine na vodomjeru Savski most. Punom linijom prikazana aproksimacija vodostaja kako je korištena tokom verifikacije modela.

Fig. 11. Hydrogram of the Sava river measured during 1977. at the water gauge Savski most. Approximation of the water level is presented by full line as used during the verification model.

Tablica 1.
Table 1.

Elementi bilance <i>Elements of balance</i>	Mala Mlaka <i>Mala Mlaka</i>	Desna obala <i>Right bank</i>
	<i>visoke vode u m³/dan high waters in m³/day</i>	
Podzemno otjecanje <i>Underground runoff</i>	134 587 m ³ /dan	103 418 m ³ /dan
Crpljenje u M. Mlaci <i>Pumping in M. Mlaka</i>	103 418 m ³ /dan	131 468 m ³ /dan
Ostali potrošak i gubitci u sistemu <i>Other consumption and losses in system</i>	34 904 m ³ /dan	60 000 m ³ /dan
UKUPNO <i>TOTAL</i>	272 906 m ³ /dan	294 886 m ³ /dan
Podzemni dotok <i>Underground inflow</i>	76 700 m ³ /dan	101 000 m ³ /dan
Infiltracija iz Save i drugih izvora <i>Infiltration from the Sava river and of other sources</i>	196 209 m ³ /dan	193 886 m ³ /dan
UKUPNO <i>TOTAL</i>	272 909 m ³ /dan	294 886 m ³ /dan
	<i>niske vode u m³/dan low waters in m³/day</i>	
Podzemno otjecanje <i>Underground runoff</i>	73 800 m ³ /dan	40 000 m ³ /dan
Crpljenje u M. Mlaci <i>Pumping in M. Mlaka</i>	103 418 m ³ /dan	103 418 m ³ /dan
Ostali potrošak i gubitci u sistemu <i>Other consumption and losses in system</i>	34 904 m ³ /dan	131 468 m ³ /dan
UKUPNO <i>TOTAL</i>	212 122 m ³ /dan	274 886 m ³ /dan
Podzemni dotok <i>Underground inflow</i>	32 000 m ³ /dan	46 000 m ³ /dan
Infiltracija iz Save i potrošak uskladištenja <i>Infiltration from the Sava river and storage</i>	180 122 m ³ /dan	228 886 m ³ /dan
UKUPNO <i>TOTAL</i>	212 122 m ³ /dan	274 886 m ³ /dan

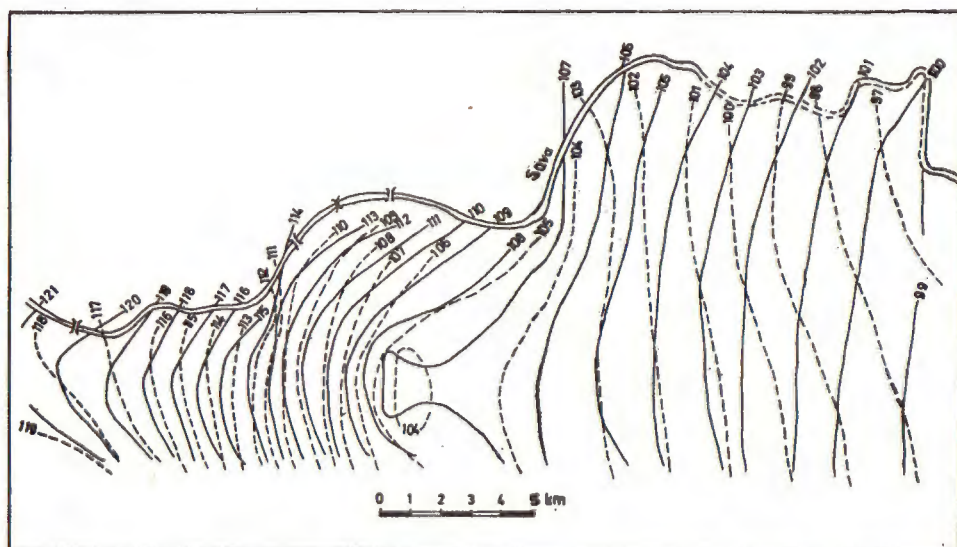


Sl. 12. Hidroizohipse simuliranih vodostaja za visoki vodostaj (puna linija) i niski vodostaj (crtkana linija) na matematičkom modelu Mala Mlaka.

Fig. 12. Hydroisohypses of simulated water levels for high water level (full line) and low water level (interrupted line) of the mathematical model Mala Mlaka.

no u vrijeme testiranja. Slijedeći zadatak bio je interpolirati novo crpilište Črnkovec i povećanje kapaciteta crpilišta Velika Gorica te s jedne strane vidjeti reakciju sistema na povećanu eksploataciju, a s druge strane pretpostaviti utjecaj novih crpilišta prvenstveno na crpilištu Mala Mlake. Navedena simulacija izvedena je u dva koraka. Crpilište Črnkovec pretpostavljeno je na hidraulički relativno povoljnoj lokaciji kako je to prikazano na slici 6. Lokacija crpilišta Velika Gorica smještena je na projektiranom mjestu. Mijenjane su količine crpljenja i to za Črnkovec je pretpostavljeno crpljenje s količinama od ukupno $2,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ i $4,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Za crpilište Veliku Goricu pretpostavljene su količine crpljenja od $0,5 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ i $1,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Dobijeni rezultati bili su slijedeći. Uzimajući u obzir količinu podzemne vode uz utvrđene i pretpostavljene parametre sistema i hidrauličke uvjete na novim lokacijama moguće je koristiti navedene količine vode.

Crpljene količine imaju međutim utjecaj na sniženje razine podzemne vode na postojećem crpilištu u Maloj Mlaci. Za crpnu količinu od $2,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ taj utjecaj na crpilištu Mala Mlaka kretao se je unutar $0,5 \text{ m}$ dodatnog sniženja. Za crpnu količinu od $4,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ na pretpostavljenom crpilištu Črnkovec i količinu od $1,0 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ na postojećem crpilištu Velika Go-



Sl. 13. Hidroizohipse simuliranih vodostaja za visoki vodostaj (puna linija) i niski vodostaj (crtkana linija) na matematičkom modelu Desna obala.

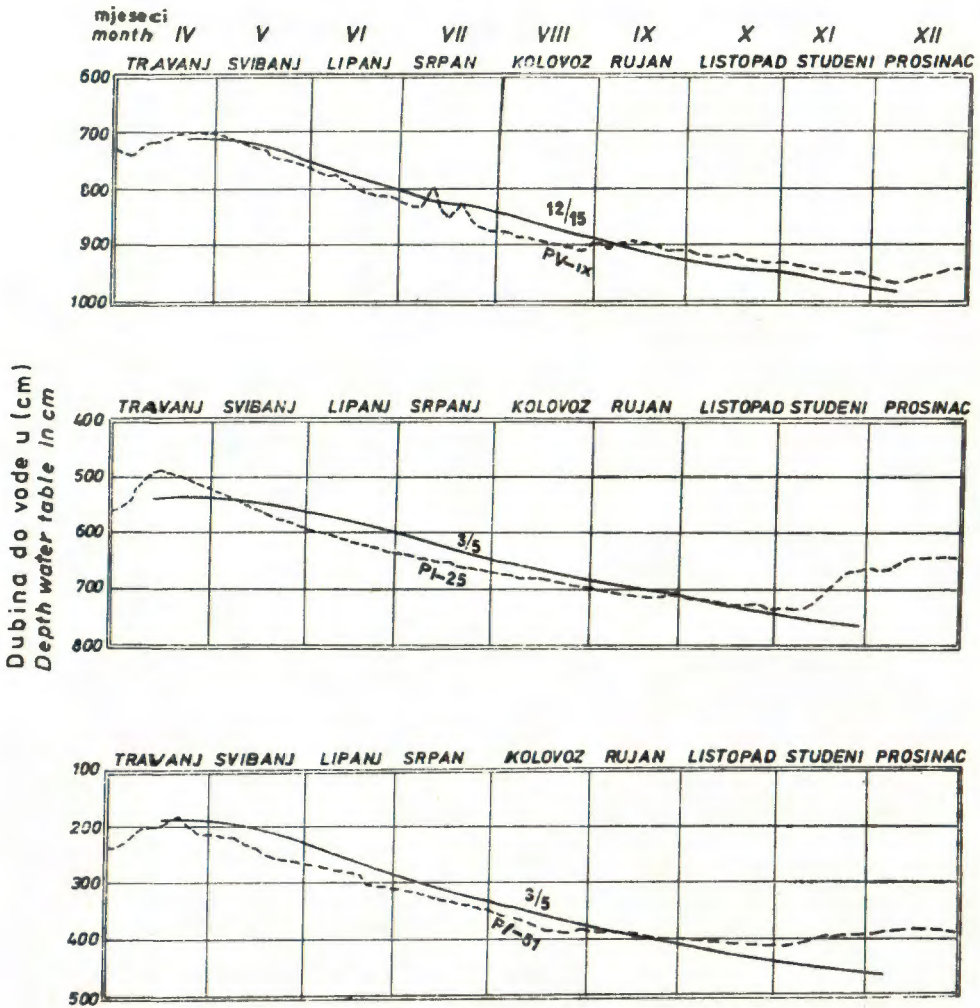
Fig. 13. Hydroisohypses of simulated water levels for high water level (full line) and low water level (interrupted line) of the mathematical model The Right bank.

rica povećano sniženje na Maloj Mlaci je do 1 m za niske vode. Iz ravedenog proizlazi da bi utjecaj na sniženje vode u Maloj Mlaci bilo veće kada bi se pretpostavljeno crpilište Crnkovec smjestilo dublje u zaobalju.

Zanimljiv i u procesu simulacije relativno težak dio zadatka odnosio se je na predviđanje takvog hidrauličkog režima na crpilištu Mala Mlaka koji će omogućiti maksimalnu zaštitu crpilišta od dotoka zagađenja iz smjera Klare. Kao što smo kazali u tom je području registrirana leća zagađivača naftnog porijekla koja »pliva« na podzemnoj vodi. Zaštita crpilišta provedena je visećom dijafragmom čija funkcija je zadržavanje plivajućeg zagađenja. Takva funkcija dijafragme osigurana je tek ukoliko razina podzemne vode ne padne ispod kote dna dijafragme (vidi skica slika 16).

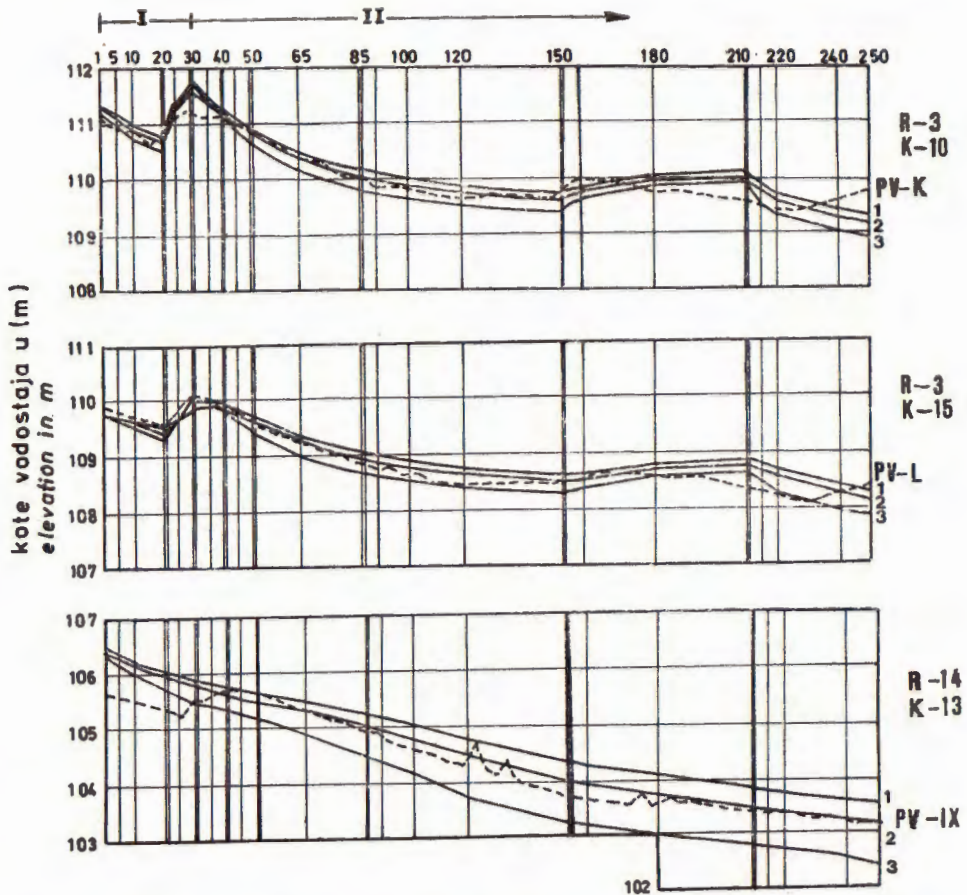
Kako je utjecaj crpilišta na snižavanje razine podzemne vode relativno velik to bunari I II i III praktički nisu pušteni u pogon. Pa čak i u uvjetima isključenih bunara razina podzemne vode za niskih vodostaja padala je ispod dna dijafragme.

U cilju iznalaženja najpovoljnijeg režima crpljenja bunara u Maloj Mlaci kao i drugih hidrauličkih zahvata koji će omogućiti poštovanje zadanog ograničenja provedeno je mnoštvo simulacija. Na slici 17. usporedno su prikazani najzanimljiviji rezultati na karakterističnoj točki dijafragme. Točka R—5, K—20 (model Mala Mlaka slika 2) odgovara lokaciji dijafragme s kotom njenog dna 106,40 mnm. Na slici prikazane krivulje odgovaraju razini podzemne vode za različite režime crpljenja, a svaka je oz-



Sl. 14. Usporedni nivogrami mjerenih vodostaja (crtkana linija) i simuliranih vodostaja (puna linija) u odgovarajućim točkama modela Mala Mlaka. Efektivna poroznost 10%.

Fig. 14. Parallel presentation of measured water levels (interrupted line) and of simulated water levels (full line) in the corresponding points of the model Mala Mlaka. Effective porosity 10%.



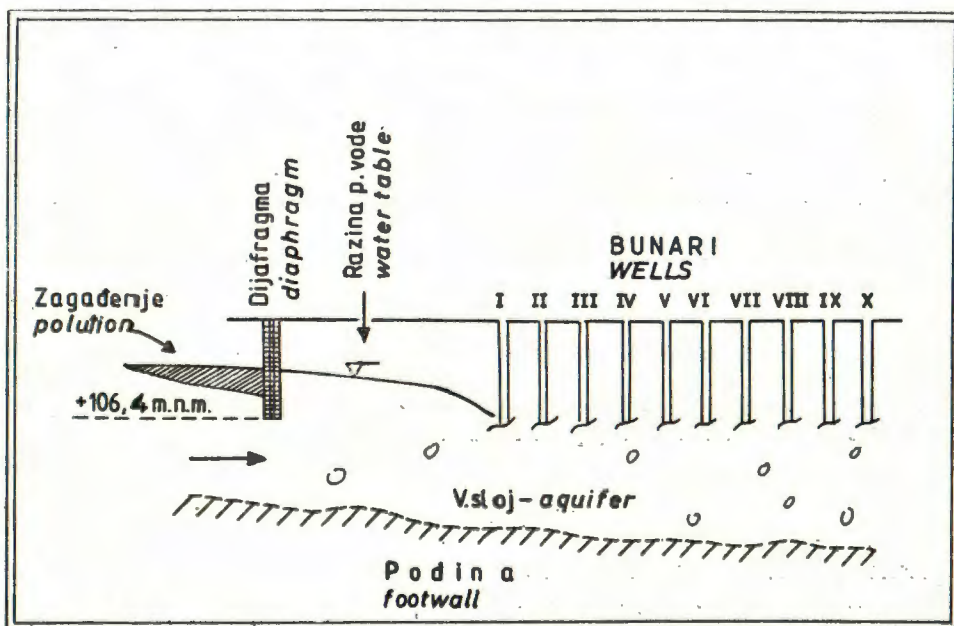
Sl. 15. Usporedni nivogrami mjerenih vodostaja (crtkana linija) i simuliranih vodostaja u odgovarajućim točkama modela Mala Mlaka. Opis označenih nivograma (1, 2 i 3) u tekstu.

Fig. 15. Parallel presentation of measured water levels, (interrupted line) and of simulated water levels in corresponding points of the model Mala Mlaka. Description of designated graphs 1, 2 and 3 in the text.

načena posebnom šifrom. Šifra 141 a označava kretanje razine podzemne vode kakvo bi bilo uz rad 9 postojećih bunara bez ikakvih intervencija. Krivulja sa šifrom 201 e pokazuje situaciju vodostaja uz rad 7 bunara za visokog vodostaja te isključenje bunara br. IV na početku pojave najnižih vodostaja (210-ti dan).

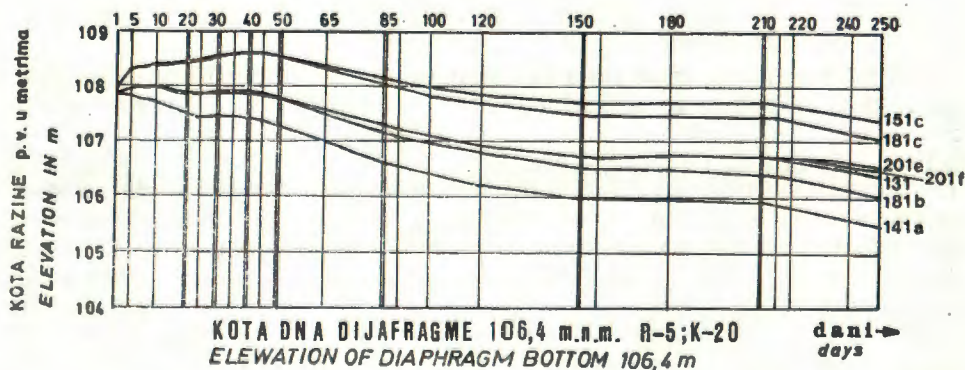
Nivogram sa šifrom 181 b prikazuje situaciju s isključenim bunarima I, II, III i IV, a istovremeno dvostruko povećanim kapacitetom crpljenja na bunarima X, IX i VIII, što znači da je ukupan kapacitet crpljenja identičan onom označenom šifrom 141 a.

Upisana grupa simulacija pokazala je da bez znatnog smanjenja kapaciteta crpljenja na Maloj Mlaci za vrijeme niskih vodostaja nije moguće



Sl. 16. Skica djelovanja viseće dijafragme u smislu sprečavanja dotoka zagađene vode u užu zonu crpilišta. Skica nije u mjerilu.

Fig. 16. Outline of the effect of the hanging diaphragm in a sense of preventing the inflow of polluted water in the narrow drainage zone. Outline is not in the scale.



Sl. 17. Simulirani nivogrami podzemnih voda za pretpostavljene različite režime crpljenja. Opis uvjeta za pojedine nivograme označene šiframa dan je u tekstu.

Fig. 17. Simulated presentation of ground waters levels for assumed different hydraulic regimens. Description of conditions for individual graphs indicated by code-letters was given in the text.

održati razinu podzemne vode na lokaciji dijafragme iznad njenog dna u prirodnim uvjetima. No istovremeno se vidi da je promjenom težišta crpljenja postojeću situaciju moguće znatno popraviti.

Održanje postavljenog ograničenja i povećanje kapaciteta crpljenja moguće je sprovesti uz umjetnu infiltraciju. U modelu infiltracija je uvedena južno od dijafragme u čvornim točkama R—6, K—19, i R—6, K—21 (slika 7) i to u količini od 29.000 m³/dan. Simulirana je varijanta tekućeg crpljenja tj. 7 bunara u paralelnom radu (šifra nivograma 151 c), zatim 6 postojećih bunara i uz dupli kapacitet na bunarima X, IX i VIII (šifra nivograma 181 c).

Posljednja skupina simulacija pokazala je da umjetnom infiltracijom vode u području dijafragme možemo stvoriti hidrauličku zavjesu prema zagađenju, znatno povisiti razine podzemnih voda te povećati ukupnu eksploataciju crpljenja s time da je odnos infiltrirane i povećane crpljene količine vode u korist crpljene količine.

ZAKLJUČAK

Zahvaljujući prvenstveno prirodnim uvjetima u ovom radu moguće je demonstrirati pravu ulogu matematičkog modela u istraživanju i bilanciranju podzemnih voda. Matematičko modeliranje je jedna od istraživačkih metoda koja omogućuje testiranje postojećih pretpostavki, a tokom testiranja upućuje na probleme koje daljim istraživanjima valja rješavati. Tek sukcesivnim uvođenjem novih podataka takav matematički model može uspješno poslužiti podlogom u sistemu gospodarenja podzemnim vodama. To je put koji treba koristiti u okviru vodoprivrednih aktivnosti jer će u konačnosti rezultirati koncentracijom istraživačkih aktivnosti na ključne probleme i na smanjenje ukupnog obujma istraživačkih radova. U konkretnom slučaju prikazani su konceptualni i matematički modeli slivnog područja crpilišta Male Mlake i desne obale Save na području Zagreba koji su izrađeni za potrebe Vodovoda grada u razdoblju od 1980. do 1982. godine.

Cilj ispitivanja na modelima bio je prvenstveno ocijeniti korist primjene te metode istraživanja, zatim izvršiti bilanciranje podzemnih voda u zatečenom stanju sistema, ocijeniti utjecaje rada novo projektiranih crpilišta u Črncovcu i Velikoj Gorici na crpilište Mala Mlaka, te simulirati režim crpljenja u Maloj Mlaci koji će zadovoljiti ograničenje da na lokaciji Klara razina podzemnih voda ne padne ispod kote 106 mm prosječno, uz isti ili povećani kapacitet crpljenja na lokaciji postojećeg crpilišta. Kao što će se iz daljeg teksta vidjeti svi dijelovi zadatka uspješno su izvršeni time da je tokom verifikacije modela definirano niz pojava čije značenje se je do skorog vremena zanemarivalo. Pravo značenje pojava registriranih na modelu potrebno je provjeriti istraživačkim radovima, ali je to i način na koji se usmjeravaju istraživački radovi.

Tokom verifikacije ustanovljeno je da je koeficijent hidrauličke vodljivosti, odgovarajućom operacijom preveden u djelujuću transmisivnost, manji no što je to prethodnim istraživačkim radovima pretpostavljeno. To naročito vrijedi za područje neposredno uz kontakt vodonosnog sloja i Save, zatim za područja gdje je vodonosni sloj zadebljan. Iz tih

podataka zaključeno je da je kontaktna površina sloja i Save manja no što se na temelju podataka pretpostavlja, a isto da je već uznapredovao i proces kolmacije sloja naročito u nizvodnom dijelu kontakta. Preporučeno je stoga da se taj fenomen posebno obradi jer ima utjecaj na formiranje eksploatacijskih rezervi vodonosnog sloja. Također je ustanovljeno da je koeficijent uskladištenja, u ovom slučaju efektivna poroznost manja od 0,15 i da se za vodonosni sloj u prosjeku kreće oko 0,08 do 0,10. Neposredno uz Savu u uzvodnom dijelu naročito, gdje se razina podzemne vode za vrijeme visokih voda nalazi u slabije propusnom pokrovu reakcije vodostaja u podzemlju na pojavu vodnog vala u Savi poklapaju se sa znatno manjom efektivnom poroznošću. To upućuje na to da se događaji u vodonosnom horizontu trebaju različito interpretirati za stanje visokih odnosno niskih voda. U slučaju visokih voda osjećaju se efekti dvoslojne sredine, s nepovoljnijim hidrogeološkim značajkama u gornjem dijelu. Manja transmisivnost u zadebljanim dijelovima horizonta upućuje na to da raspored brzina podzemne vode u takvim dijelovima sloja nije jednolika već pada s dubinom. Takva pretpostavka ima svoju logiku ako se uzme u obzir hidraulički otpor koji se nužno razlikuje na raznim dubinama podzemnog puta vode. Analogija između područja Male Mlake i šireg područja Crnkovca upućuje na točnost takvog zaključivanja. U području Crnkovca pretpostavka o slabijoj hidrodinamičkoj aktivnosti u donjem dijelu sloja opravdana je i fizičkim postojanjem slabije propusnih nakupina na dubini od 20—40 metara. U Maloj Mlaci takve nakupine do danas nisu fizički ustanovljene ali ponašanje transmisivnosti tokom testiranja upućuje na slabiju aktivnost donjeg dijela sloja.

Dotok podzemne vode preko zapadne i južne granice sistema koji je na modelu registriran za stanje visokih i niskih voda slijedeća je vrlo značajna pretpostavka koja je uzeta u obzir tokom testiranja. Taj dotok je u svim dosadašnjim studijama ovog vodonosnog sistema zanemaran, a ta je pogreška to veća što dotok pretstavlja u slivu Male Mlake količinu od 25—50 % ukupnog kapaciteta crpilišta. Relativno veliko slivno područje Vukomeričkih Gorica realno može osigurati takve količine podzemne vode. Ovaj zaključak uvodi još jednu pretpostavku a to je da se vodonosni sloj Male Mlake prostire i južnije no što je dosadašnjim istraživačkim radovima utvrđeno. Zbog značenja ovog dotoka za određivanje eksploatacijskih količina podzemne vode u sistemu južnih zagrebačkih i velikogoričkih crpilišta istraživačke radove valja usmjeriti na njegovo fizičko dokazivanje.

Nabrojani su naiznčajniji zaključci koji su proizašli iz testiranja numeričkog modela sliva Male Mlake i Desne obale. Te zaključke smatramo značajnijima od onih koji će biti navedeni u vezi sa rezultatima simulacija budućih stanja, jer su indicirali još neriješene probleme koji imaju veliki utjecaj na formiranje rezervi podzemnih voda.

Simulacijom budućih stanja u sistemu desne obale ustanovljeno je da uz pretpostavljene hidrogeološke i hidrauličke značajke sistema desne obale na lokaciji budućeg crpilišta Crnkovec (vidi slika 6) može biti crpljena količina od 2 odnosno 4 m³s⁻¹ vode, ako to dozvoljava korištenje prostora i kvalitet vode. Isto je uz paralelno crpljenje ustanovljeno za lokaciju Velika Gorica uz crpnu količinu od 0,5 i 1 m³s⁻¹. Predviđena crpljenja međutim, imaju utjecaj na sniženje razine podzemne vode na

lokaciji postojećeg crpilišta Mala Mlaka. Kako znamo da su današnji bunari u Mlaci nezavršeni te da se kod niskih podzemnih voda već danas ne može koristiti crpilište punim kapacitetom to je jasno da se izgradnji novih crpilišta ne može pristupiti bez rekonstrukcije crpilišta u Maloj Mlaci. Rekonstrukcija treba obuhvatiti izradu novih dubljih bunara, što danas ne pretstavlja tehničku poteškoću.

Rekonstrukcijom crpilišta Mala Mlaka mogu se postići i povoljniji režimi crpljenja u odnosu na karakteristike i granice sistema. Simulacija rada crpilišta koja je izvršena uz ograničenje da na lokaciji Klare razina podzemne vode ne padne ispod kote 106 mnm dovela je također i do drugih širih zaključaka. Simulacija je naime pokazala da je zadano ograničenje moguće održati uz uvjet da se u periodu pada razine podzemnih voda smanjenjem kapaciteta sjevernih i povećanjem kapaciteta južnih bunara takvo ograničenje može održati. Taj povoljan proces moguće je postići isključivo navedenom promjenom režima crpljenja, jer samo u tom slučaju južni bunari u kritičnom periodu troše vodu iz uskladištenja. Ovaj pozitivan efekt izostao bi kada bi crpljenje južnih bunara teklo istim intenzitetom kroz čitavu hidrološku godinu. Uvođenjem umjetne infiltracije crpljenje na lokaciji Male Mlake može se i povećati. Sigurno da postoje prostorna ograničenja za primjenu umjetne infiltracije no obzirom na značenje Male Mlake za vodoopskrbni sistem Zagreba takvu bi mogućnost valjalo svestrano razmotriti.

Izrada novih bunara u Mlaci smanjila bi ulazne otpore vodi i omogućila intenzivnije aktiviranje indiciranog južnog dijela vodonosnog sistema. Zbog očekivanih mnogostruko povoljnijih stanja na Maloj Mlaci smatra se da je vrlo korisno usmjeriti dodatne istraživačke radove na dokaz modelom indiciranih stanja u podzemlju.

Kada je u pitanju gospodarenje zalihama podzemnih voda u okviru zamišljenog Vodoprivrednog informacijskog sistema onda nam prikazani primjeri idealno demonstriraju takvu mogućnost korištenjem numeričkih modela za hidrogeološke sisteme. To se vidi na slijedeći način. Granica poznatog potencijala na modelu u prirodi je markirana površinskim tokom Save. U Savi se mijenja vodostaj ovisno o općim hidrološkim prilikama, a taj promjenjeni vodostaj ima dominantan utjecaj na visinu vodostaja i zalihe podzemnih voda u podzemlju. Na modelu je visina vodostaja u Savi linearno interpolirana između vodomjernih stanica u Podusedu, na Savskom mostu i Rugvice. To se odnosi na trenutak učitavanja vodostaja, i zatim na njegove karakteristične promjene tokom procesa testiranja. Među stanja za vrijeme testiranja i kasnije tokom simulacija vezana su isključivo na promjene vodostaja Save mjerene na vodomjernoj stanici Savski Most, s time da su u konkretnom slučaju ostale promjene vodostaja duž granice modela pretpostavljene linearnim. Takva se pretpostavka pokazala zadovoljavajućom u konkretnom slučaju. Po potrebi za neke druge slučajeve mogla bi se postaviti i druga odgovarajuća zavisnost. Nakon sprovedenog testiranja sve dalje operacije i simulacije vezane su na promjene vodostaja Save na vodomjeru Savski most. Nakon na modelu ustanovljene zavisnosti vodostaja u podzemlju i onog na spomenutom vodomjeru došli smo u mogućnost da mjereći vodostaj Save na toj kontrolnoj stanici prognoziramo stanja vodostaja u podzemlju koji će se pojaviti u budućnosti ovisno o trajanju niskog ili visokog vodostaja

Save. U skladu s prognoziranim vodostajima u podzemlju moguće je pak prilagođavati režim crpljenja na pojedinačnim crpilištima i režim korištenja vodonosnog sistema bilo u cilju optimalnog korištenja postojećih zaliha podzemnih voda ili pak njihove zaštite kao u slučaju Male Mlake. Također je moguće racionalizirati pijezometarsku mrežu tako da se razina podzemne vode mjeri samo na neophodnim kontrolnim lokalitetima.

Primljeno: 12. 12. 1985.

LITERATURA

Objavljeni radovi:

- Bachmat, Y. Bredehoeft, J., Andrews, B., Holtz, D., Sebastian, S. (1980): Ground water management the use of numerical models. Am. Geophys. Union, 127 str., Washington, D. C.
- Borčić, D., Capar, I., Kostović, K., Miletić, P. i Tufegdjić, D. (1968): Prilog daljem poznavanju aluvijalnih vodonosnih horizonata na širem području Zagreba. *Geol. vjesnik*, 21, 303—309, Zagreb.
- Faust, C. R., Mercer, J. W. (1980): Ground water modeling: Numerical models. *Ground-Water*, Vol. 18. No. 4, 395—407, Columbus.
- Grgas, T. i Minčir, Ž. (1978): Mreža opažanja i obrada podataka podzemne vode na širem području Zagreba. *Simp. istraživanju, eksploatiranju i gospodarenju podzemnim vodama*, Zbornik referata, 23—32, Zagreb.
- Heinrich-Miletić, M. (1980): Analiza hidrogeoloških sistema primjenom numeričkih metoda simulacije. Zbornik referata 6. Jugosl. simp. o hidrogeol. i inž. geol., 11—17, Portorož.
- Kranjec, V., Prelogović, E. i HERNITZ, Z. (1972): Strukturno-geomorfološko proučavanje neotektonskih gibanja u dijelu Posavine između Zagreba i Siska, te obziri kod planiranja gradnji. II *Simp. o hidrogeol. i inž. geol.*, 2, 163—187, Sarajevo.
- Miletić, P. i Borčić, D. (1967): Prilog poznavanju podzemnih voda na području Zagreba. *Geol. vjesnik*, 20, 285—290, Zagreb.
- Miletić, P., Macarol, S., Turić, G. i Heinrich, M. (1975): Razmatranja o statističkoj analizi korelacije vodostaja u podzemlju na primjeru mjerenja u Zagrebu. *Geol. vjesnik* 28, 357—361, Zagreb.
- Miletić, P. (1975): O potrebi simulacija u hidrogeologiji. *Grđevinar*, 4, 86—91, Zagreb.
- Nowinska, N. i Miletić, P. (1967): Prilog poznavanju aluvijalnih vodonosnih horizonata na području Zagreba. *Geol. vjesnik*, 20, 293—301, Zagreb.
- Pinder, G. F., Gray, W. G. (1977): Finite element simulation in surface and subsurface hydrology. Academic Press, 295 str., London.
- Prickett, T. A. (1975): Modeling techniques for groundwater evaluation, ed. V. Chow, *Advances in Hydroscience*, Vol. 10, Academic Press, 1—143, London.
- Reitman, J. (1971): Computer simulation application. J. Wiley, 422 str., New York.
- Remson, I., Hornberger, G. M., Holtz, F. J. (1971): Numerical methods in subsurface hydrology. J. Wiley, 389 str., New York.
- Rushton, K. R., Redshaw, S. C. (1979): Seepage and groundwater flow. J. Wiley, 339 str., New York.
- Šare, J. i Miletić, P. (1978): Neki aspekti korištenja, istraživanja i zaštite podzemnih voda u Zagrebu. *Simp. istraživanju, eksploatiranju i gospodarenju podzemnim vodama*, Zbornik referata, C 71—79, Zagreb.
- Švel, B. (1978): Procjena rezervi podzemnih voda aluvijalnih taložina rijeke Save na području Zagreba. *Simp. istraž. eksploatiranju i gospodarenju podzemnim vodama*, Zbornik referata, C 3—14, Zagreb.
- Turić, G. (1978): Studija područja Črnkovec kao potencijalnog crpilišta vodovoda grada Zagreba. *Simp. istraživanju, eksploatiranju i gospodarenju podzemnim vodama*. Zbornik referata, C 33—45, Zagreb.

Neobjavljeni radovi:

- Miletić, P., Švel, B., Turić, G., Blašković, I., Mayer, D., Macarol, S. i Heinrich, M. (1975): Procjena rezervi podzemnih voda aluvijalnih taložina na području između Podsuseda i Siska. Studija, Arh. RGN-fakultet, Zagreb.
- Miletić, P., Heinrich-Miletić, M., Župarić, A., Mayer, D., Turić, G. i Plančić, A. (1981): Matematički model Male Mlake i Desne obale (Podsused—Rugvica). Arh. RGN fakultet, Zagreb.
- Miletić, P. i Heinrich-Miletić, M. (1982): Zaštita Male Mlake od zagađenja u Klari. Matematički model — studija crpljenja. Arch. RGN-fakultet Zagreb.

Mathematical model of the right bank of Sava river and Well Field Mala Mlaka near Zagreb

P. Miletić and M. Heinrich-Miletić

In this paper the detailed description of the application of the numerical mathematical model is presented. The model is applied to the groundwater reservoir of the right bank of the Sava river in the Zagreb area.

The verification of the model is described step by step, so that after following the process the new conclusions about this groundwater system are obvious. These conclusions include the new knowledge about distribution of the real coefficient of hydraulic conductivity (which is two to three times lower than previously supposed), then about the nature of hydraulic boundaries which are not approximately impermeable but with a known flux of considerable quantity. The new knowledge of the coefficient of active storativity is also acquired and the mean value has been established of about 10%. These new parameters enable us to calculate the more accurate value of the available ground water reserves as well as to establish the real problems to be solved in order to apply the necessary groundwater management system.